

Implementação Computacional de Análise de Estabilidade de Taludes pelo Método das Fatias Considerando Tirantes

Paulo Gustavo Cavalcante Lins

Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasil, <plins@ufba.br>

Nájla Tavares Silva

Universidade Federal da Bahia, Salvador, Bahia, Brasil, <nts92@hotmail.com>

Hélio Machado Baptista

Envgeo Engenharia, Salvador, Bahia, Brasil, <helio@envgeo.com.br>

RESUMO: O método de Bishop simplificado é largamente utilizado na análise de estabilidade de taludes. Uma primeira questão tratada no trabalho é a estratégia computacional para a definição da interseção do círculo potencial de ruptura com a superfície do talude. Outra questão tratada no presente trabalho é apresentar uma formulação do método de Bishop que inclui o esforço de tirantes no maciço. A decomposição de forças dos tirantes na base da fatia pode ser realizada de diferentes maneiras, o que leva a diferentes definições do fator de segurança. A componente tangencial a base da fatia pode ser computada reduzindo os esforços ou pode ser computada aumentando a resistência. Estas duas definições levam a fatores de segurança diferentes. As duas definições foram implementadas em um programa computacional no Ambiente de Desenvolvimento Integrado Lazarus. Os resultados do programa implementado foram comparados com um programa comercial apresentando resultados consistentes.

PALAVRAS-CHAVE: Estabilidade de Taludes, Método das Fatias, Tirantes, Programação.

1 INTRODUÇÃO

O método das fatias é a ferramenta quantitativa de análise de estabilidade de taludes mais usualmente utilizada na prática da engenharia. Mesmo não sendo um método que atenda a todos os requisitos de equilíbrio da mecânica o método de Bishop Simplificado continua largamente utilizado. A implementação computacional do método das fatias exige diferentes aspectos.

Um primeiro aspecto tratado no presente trabalho refere-se a como o programa considera a geometria na análise computacional de estabilidade de taludes. Na implementação computacional a geometria das camadas pode ser representada por perfis. O primeiro perfil representa a superfície do talude. Para um círculo genérico é necessário definir onde o

círculo intercepta a superfície do talude. Existem situações onde um único círculo intercepta a superfície do talude formando mais que um par de pontos. Neste caso se faz necessário um critério para definir qual segmento do círculo deverá ser considerado na análise. Na literatura diversas estratégias para tratar o problema são descritas. Algumas estratégias da literatura são comparadas de um ponto de vista conceitual. A estratégia utilizada na presente implementação computacional é descrita.

Na sua formulação original o método de Bishop Simplificado não considera reforços ou atirantamento no maciço de qualquer tipo. No presente trabalho é apresentada uma formulação do método de Bishop Simplificado com a inclusão do esforço de tirantes. A formulação é implementada em um programa de análise de

estabilidade de taludes construído no Ambiente de Desenvolvimento Integrado Lazarus.

Na formulação implementada o esforço do tirante é dividido em uma componente normal e uma componente tangencial na base da fatia. A componente normal contribui para mobilizar a resistência por atrito. A contribuição da componente tangencial pode originar dois métodos de cálculo do fator de segurança. No primeiro método a componente tangencial é subtraída dos esforços solicitantes. No segundo método a componente tangencial é somada com a resistência ao cisalhamento. As duas definições produzem fatores de segurança diferentes. No trabalho as diferenças obtidas por estas duas definições de fator de segurança com esforço do tirante foram quantificadas. Os resultados obtidos no programa implementado são comparados com os resultados de um programa de estabilidade de taludes comercial no sentido de testar o programa implementado.

Diversos programas comerciais possuem a facilidade de consideração do esforço de tirantes no método das fatias. Entretanto estes programas são fechados e não permitem conhecer o código com os detalhes de funcionamento. O desenvolvimento de um programa próprio permite conhecer melhor as rotinas de cálculo e simplificações utilizadas, o que aumenta o domínio do uso deste tipo de ferramenta.

2 GEOMETRIA DO CÍRCULO

Na definição da geometria do círculo potencial de ruptura considerada na implementação computacional do método de Bishop (1955) diferentes estratégias são encontradas na literatura. Em muitas estratégias a representação da estratificação do terreno é feita por meio de poligonais de perfil. A primeira poligonal representa a superfície do talude (ver Figura 1).

Um dos passos da análise é definir a interseção entre a poligonal que define a superfície do terreno e o círculo potencial de ruptura. Na estratégia utilizada por Moraes Junior (1975) e Palmeira e Almeida (1980) um trecho é escolhido para ser dividido em um número grande de fatias, conforme é indicado

na Figura 1. Nesta estratégia a inclusão da fatia na computação do fator de segurança é feita se a elevação da base da fatia é menor que a elevação da superfície do terreno.

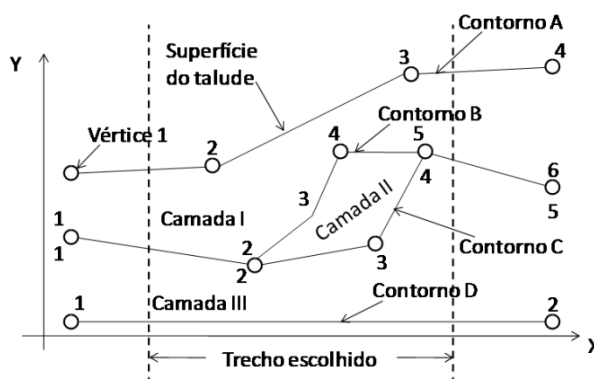


Figura 1. Representação de múltiplas camadas no problema de estabilidade de taludes (adaptado de MORAES JUNIOR, 1975).

Outros autores como Carter *et al.* (1971), Yoder e Hopkins (1973) e Deschamps (1978) utilizam outra estratégia. A ordenada da interseção entre o círculo considerado e cada uma das retas que definem a poligonal da superfície do talude pode ser representada como as raízes de uma equação do segundo grau. Caso não existam raízes reais não existe interseção. Caso as raízes sejam iguais o círculo tangencia a superfície do terreno. E existindo raízes diferentes deve-se verificar se estas estão dentro do segmento de reta que define a superfície do talude. Conforme é ilustrado na Figura 2 o programa deve possuir um algoritmo que identifique o ponto inicial e o ponto final do círculo que definem a massa potencial de ruptura.

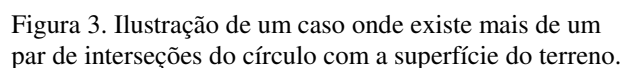
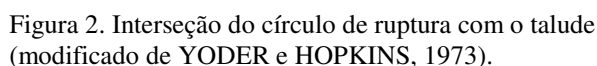
Na Figura 2 a superfície do talude é definida pelos pontos $X(1), Y(1), X(2), Y(2), X(3), Y(3)$, e $X(4), Y(4)$. O círculo intercepta a superfície do talude nos pontos XA e XB , estes dois pontos definem a superfície potencial de ruptura.

Um problema com este tipo de estratégia é que em alguns casos existe mais de um par de interseções que podem definir um círculo potencial de ruptura.

Na Figura 3 um único ente geométrico círculo intercepta a superfície do terreno em duas regiões, definidas pelo primeiro e segundo

Na implementação computacional do presente trabalho um algoritmo que detecta os diversos pares de interseções foi implementado. Como critério para definir a massa potencial de ruptura a ser analisada utilizou-se escolher o par de interseções que possua a maior diferença de cotas.

Na busca por grade uma malha de centros é definida acima do maciço e para cada centro um ou vários raios definem círculos para os quais um ou vários fatores de segurança são calculados. A localização da grade auxilia na definição de contornos de igual fator de segurança de forma a caracterizar que o menor fator de segurança está dentro da grade. Se for feita uma analogia das curvas de igual fator de segurança com as curvas de nível de um levantamento topográfico a busca por grade possui como objetivo definir o fundo de um vale. O processo de definição da posição da grade é iterativo.



Duncan e Wright (2005) destacam que dois métodos vêm sendo utilizados para análise de estabilidade por equilíbrio limite de taludes reforçados. No denominado método A as forças do tirante utilizadas na análise são forças admissíveis e não são divididas pelo fator de segurança calculado durante a análise de estabilidade do talude. Apenas a resistência do solo é dividida pelo fator de segurança calculado durante a análise de estabilidade do talude.

$$FS = \frac{\text{Resistência ao cisalhamento}}{\left(\begin{array}{c} \text{Tensão cisalhante mobilizada} \\ \text{- esforço do tirante} \end{array} \right)} \quad (1)$$

No método B, em uma forma geral, a equação do fator de segurança é definido por

uma equação na forma:

$$FS = \frac{\left(\begin{array}{c} \text{Resistência ao cisalhamento} \\ + \text{esforço do tirante} \end{array} \right)}{\text{Tensão cisalhante mobilizada}} \quad (2)$$

Duncan e Wright (2005) argumentam que o método A é preferível, pois a resistência do solo e as forças dos tirantes possuem diferentes fontes de incertezas, e por consequência envolvem quantidades diferentes de incertezas. Tratando de forma individual a resistência do solo e as forças dos tirantes é possível refletir estas diferenças.

Hoek e Bray (1981) apresentam na maior parte do seu texto uma definição de fator de segurança para taludes reforçados semelhante a da equação (1). Entretanto, no seu Apêndice 3, apresentam uma discussão onde a idéia da equação (2) é admitida. Nesta discussão a justificativa para o uso da equação (1) seria de quando a força do tirante fosse ativa, isto é, quando a ancoragem fosse tensionada antes de qualquer movimento da massa potencialmente instável. Por outro lado, o uso da equação (2) seria recomendada quando a força do reforço fosse passiva, isto é, quando aplicada em barras ou cabos não tensionados, onde a força do reforço seria desenvolvida apenas após algum movimento da massa potencialmente instável.

Apesar de trazer esta discussão, Hoek e Bray (1981) acreditam que não ser possível saber a exata sequência de carregamento e movimento da massa potencialmente instável, de forma que a escolha entre o método A ou o método B seria arbitrária.

Conforme pode ser observado em Rocscience (2016) o programa comercial Slide utilizam a terminologia ativo e passivo para se referir as idéias semelhantes as contidas nos método A e método B conforme denominados por Duncan e Wright (2005).

Em uma discussão sobre definições de fator de segurança de Mello (1988) apresenta um gráfico onde o resultado da computação para definições semelhantes ao método A e ao método B apresentam resultados semelhantes para o fator de segurança para valores de força de atirantamento da ordem de até vinte por

cento do peso da massa deslizante. Para forças de atirantamento superiores o método A resulta em fatores de segurança maiores.

Pode ser argumentado que no limite quando o esforço do tirante for da ordem de grandeza da tensão cisalhante mobilizada a definição do fator de segurança dado pela equação (1) tenderia ao infinito. O que é um argumento matemático contra o uso desta definição.

No presente estudo o atirantamento no método das fatias é representado como uma força na base da fatia. Existem formulações que consideram o atirantamento como esforço inter-fatias, esta questão é discutida em Wright e Duncan (1991).

4 FORMULAÇÃO IMPLEMENTADA

Dois enfoques para a inclusão de atirantamento no método de Bishop (1955) são apresentados por Cai e Ugai (2003). Os enfoques de Cai e Ugai (2003) diferem na forma de decompor a força do atirantamento na base da fatia. No primeiro enfoque a força do atirantamento é dividida em uma componente paralela a base da fatia e uma componente paralela a força peso da fatia. No segundo enfoque a força de atirantamento é dividida em uma componente paralela a base da fatia e outra componente normal a base da fatia.

No presente trabalho foi utilizado o primeiro enfoque apresentado por Cai e Ugai (2003). A Figura 4 apresenta os esforços da definição do fator de segurança para um talude com ancoragem segundo a formulação de Cai e Ugai (2003).

A Figura 5 apresenta uma representação esquemática da decomposição da força do tirante na base da fatia no primeiro enfoque de Cai e Ugai (2003).

Deve ser destacado que Cai e Ugai (2003) apresentam outra forma de decompor a força do atirantamento na base da fatia que resulta em um equacionamento diferente. Esta outra forma não será discutida neste trabalho.

O trabalho de Cai e Ugai (2003) utilizou como referência o trabalho de Houam e Nuyens (1993), dentre outros.

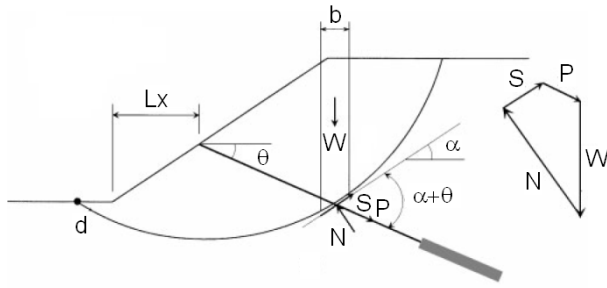


Figura 4. Esforços na definição do fator de segurança para taludes com ancoragens (Cai e Ugai, 2003).

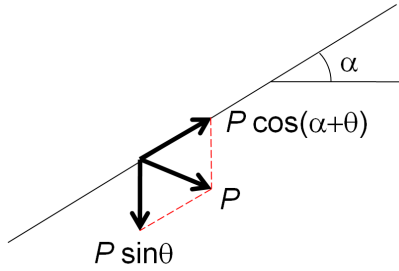


Figura 5. Decomposição da força do atirantamento na base da fatia no primeiro enfoque de Cai e Ugai (2003).

Um equacionamento em conformidade com o método A (ativo) é encontrado na formulação original do primeiro enfoque de Cai e Ugai (2003) onde o fator de segurança pode ser calculado pelas equações:

$$m_{\alpha} = \cos \alpha + \sin \alpha \frac{\tan \phi}{FS} \quad (3)$$

$$FS = \frac{\sum [a1 + a2 + a3] / m_{\alpha}}{\sum [a4 - a5]} \quad (4)$$

$$a1 = c \cdot b \quad (4a)$$

$$a2 = W \cdot \tan \phi \quad (4b)$$

$$a3 = P \cdot \sin \theta \cdot \tan \phi \quad (4c)$$

$$a4 = W \cdot \sin \alpha \quad (4d)$$

$$a5 = P \cdot \cos(\alpha + \theta) \quad (4e)$$

Nas equações (3) e (4) α é a inclinação da base da fatia, ϕ é o ângulo de atrito, c é a coesão, b é a largura da fatia, W é o peso da fatia, P é o esforço do tirante, e θ é a inclinação

do tirante em relação a horizontal em sentido anti-horário.

Fazendo uma adaptação para representar as idéias do método B (passivo) a equação modificada do fator de segurança fica na forma:

$$FS = \frac{\sum [(a1 + a2 + a3) / m_{\alpha} + a5]}{\sum [a4]} \quad (5)$$

Deve-se destacar que a equação acima ainda carece de demonstração matemática rigorosa.

5 TESTES DO PROGRAMA

As formulações apresentadas nas equações (4) e (5) foram implementadas no programa TaludeSR (Lins *et al.*, 2015). Um teste foi realizado considerando um talude de 10 metros de altura e inclinação de 45°, com um solo com peso específico $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, coesão $c = 12 \text{ kPa}$ e ângulo de atrito $\phi = 30^\circ$. Para a condição sem atirantamento o fator de segurança obtido foi de 0,984 (Figura 6). No programa Slide Versão 6 o fator de segurança obtido foi de 0,986.

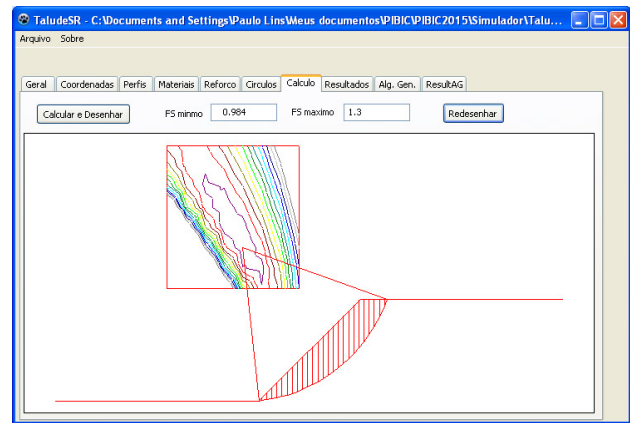


Figura 6. Resultado da simulação sem atirantamento.

Nas simulações com atirantamento a força do tirante foi considerada variando de zero até a capacidade do tirante ao longo do comprimento ancorado. No trecho não ancorado a força do tirante foi considerada constante. No presente trabalho não é discutida a determinação da capacidade de carga da ancoragem do tirante. Este assunto é discutido, por exemplo, em More

(2003) e Gurgel (2012).

Nas simulações com atirantamento inicialmente foi feita a verificação para o círculo crítico da análise de estabilidade sem tirantes. O sentido desta análise é verificar se para o mecanismo de ruptura crítico sem o tirante o valor do fator de segurança é aumentado da quantidade necessária. Trata-se de uma análise redundante visto que também é realizada uma busca de superfície crítica considerando os tirantes. No presente trabalho esta análise é interessante, pois se busca comparar os resultados do programa desenvolvido com um programa comercial.

Na primeira simulação foi considerado o esforço de um tirante de 300 kN/m. O tirante possui 10 metros de comprimento total, sendo 5 metros de ancoragem.

Para a simulação com o método A (ativo) o fator de segurança obtido foi de 1,786 (Figura 7). Para a simulação com o método B (passivo) o fator de segurança obtido foi de 1,480. Para as mesmas condições no programa Slide Versão 6 o fator de segurança para a condição ativa foi de 1,827, e para a condição passiva o fator de segurança foi de 1,496.

Na segunda simulação foi considerado o esforço de três tirantes de 100 kN/m. Cada tirante possui 10 metros de comprimento total, sendo 5 metros de ancoragem.

Para a simulação com o método A (ativo) o fator de segurança obtido foi de 1,814 (Figura 8). Para a simulação com o método B (passivo) o fator de segurança obtido foi de 1,491. Para as mesmas condições no programa Slide Versão 6 o fator de segurança para a condição ativa foi de 1,829, e para a condição passiva o fator de segurança foi de 1,497.

Quando é realizado um atirantamento no talude é um fato esperado que o mecanismo de ruptura crítico mude. O mecanismo de ruptura crítico no presente trabalho é o círculo com menor fator de segurança. Assim sendo se faz necessário fazer nova busca de superfície crítica.

Processos de busca de superfície crítica foram realizados para a condição de atirantamento com um tirante. Para o método A (ativo) o fator de segurança da busca de superfície crítica obtido foi de 1,370 (Figura 9).

Para o método B (passivo) o fator de segurança da busca de superfície crítica obtido foi de 1,326. Para as mesmas condições no programa Slide Versão 6 o fator de segurança para a condição ativa foi de 1,377, e para a condição passiva o fator de segurança foi de 1,334.

Processos de busca de superfície crítica foram realizados para a condição de atirantamento com três tirantes. Para o método A (ativo) o fator de segurança da busca de superfície crítica obtido foi de 1,418 (Figura 10). Para o método B (passivo) o fator de segurança da busca de superfície crítica obtido foi de 1,358. Para as mesmas condições no programa Slide Versão 6 o fator de segurança para a condição ativa foi de 1,427, e para a condição passiva o fator de segurança foi de 1,368.

Os resultados estão sistematizados na Tabela 1.

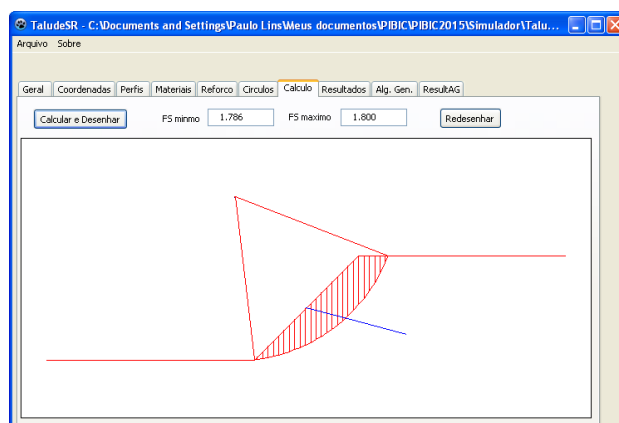


Figura 7. Resultado da simulação com um tirante de 300 kN/m (Método A).

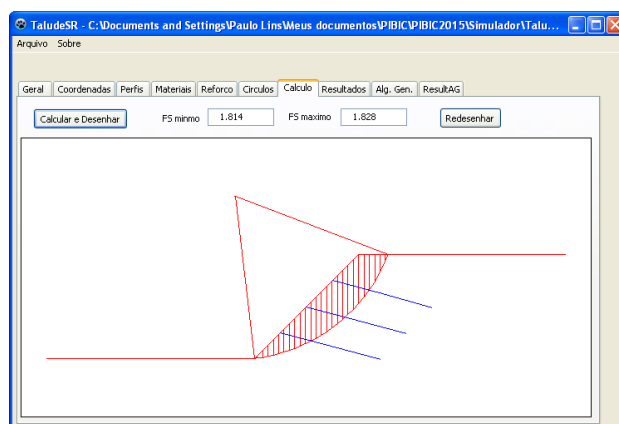


Figura 8. Resultado da simulação com três tirantes de 100 kN/m (Método A).

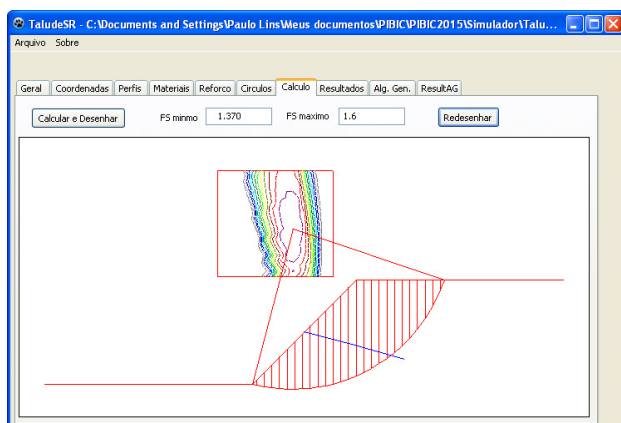


Figura 9. Busca de superfície crítica da simulação com um tirante de 300 kN/m (Método A).

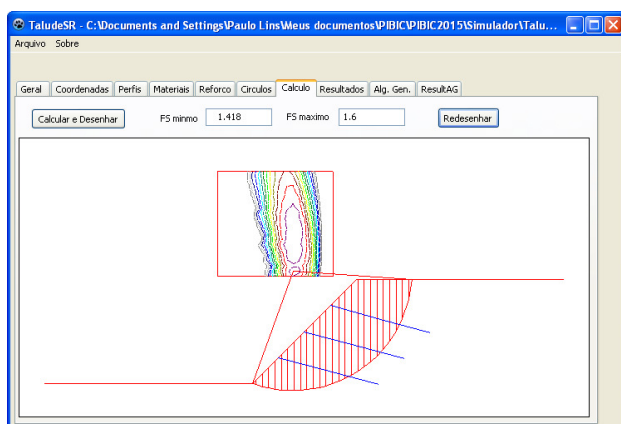


Figura 10. Busca de superfície crítica da simulação com três tirantes de 100 kN/m (Método A).

Tabela 1. Sistematização dos resultados.

Caso	TaludeSR	Slide
Talude sem atirantamento	0,984	0,986
1 tirante, círculo crítico, método A	1,786	1,827
1 tirante, círculo crítico, método B	1,480	1,496
3 tirantes, círculo crítico, método A	1,814	1,829
3 tirantes, círculo crítico, método B	1,491	1,497
1 tirante, busca por grade, método A	1,370	1,377
1 tirante, busca por grade, método B	1,326	1,334
3 tirantes, busca por grade, método A	1,418	1,427
3 tirantes, busca por grade, método B	1,358	1,368

Observando os resultados para a análise sem os tirantes o programa implementado apresentou resultado coerente com o programa de referência.

Para as análises do círculo crítico, tanto para 1 tirante quanto para 3 tirantes, as análises com o método A (ativo) apresentaram fatores de segurança maiores que as análises com o método B (passivo). Se em um projeto o fator de segurança de referência for de 1,5, nas análises realizadas, para esta verificação, teriam conclusões diferentes dependendo do método adotado.

Nas análises de busca por grade, tanto para 1 tirante quanto para 3 tirantes, as com o método A (ativo) também apresentaram fatores de segurança maiores que as análises com o método B (passivo). Nesta verificação, para um fator de segurança de referência de 1,5 todas as análises não atenderiam ao critério de projeto e o sistema de atirantamento deveria ser modificado. No presente estudo o objetivo não é o projeto do sistema de atirantamento, mas comprar os resultados do programa implementado com o programa de referência.

Para as análises de busca por grade, o método A (ativo) e o método B (passivo) apresentam uma diferença pequena. Isto se deve ao fato dos círculos críticos destas análises serem mais profundos, conforme pode ser observado nas Figuras 9 e 10. Nestes casos apenas o esforço da extremidade dos tirantes é inclusa no cálculo, e esta força é pequena, lembrando que no trecho ancorado a força do tirante considerada varia linearmente de zero até a carga do tirante no final do trecho ancorado.

Nas análises realizadas no programa implementado com a formulação com atirantamento os resultados foram muito próximos aos do programa comercial Slide Versão 6. Neste sentido os resultados confirmam a resposta do programa implementado.

6 CONCLUSÕES

Uma discussão foi apresentada sobre a definição da geometria da superfície potencial de ruptura. A solução adotada no programa implementado foi descrita.

A inclusão do esforço de tirantes no método das fatias pode ser realizada considerando duas abordagens, denominadas aqui de método A

(ativo) e método B (passivo). No presente trabalho os fatores de segurança obtidos pelo método A são maiores que os obtidos pelo método B. Este padrão de resultados é o esperado.

No estudo do atirantamento de um talude foi realizada uma sequência que envolve um passo inicial de determinar o fator de segurança para a superfície de ruptura crítica do talude sem os tirantes, se faz necessário conhecer o mecanismo de ruptura sem os tirantes para pensar o sistema de atirantamento. Em um segundo passo avaliar o fator de segurança com o atirantamento para a superfície crítica do talude sem tirantes, o papel deste segundo passo foi discutido anteriormente. No terceiro passo deve-se realizar uma busca de superfície crítica para o talude com atirantamento. No segundo e no terceiro passo o fator de segurança deve atender ao exigido no projeto.

O programa implementado apresentou resultados compatíveis com os resultados de um programa comercial. Testes complementares devem ser realizados no programa implementado para qualificar seu uso em situações práticas.

REFERÊNCIAS

- Bishop, A.W. (1955). The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes, *Géotechnique*, Vol. 5, n. 1, p. 7-17.
- Boutrup, E. (1977a). *Computerized Slope Stability Analysis for Indiana Highways, Vol. I*, Publication FHWA/IN/JHRP-77/25. Joint Highway Research Project, Indiana Department of Transportation and Purdue University, West Lafayette, Indiana. 210 p.
- Boutrup, E. (1977b). *Computerized Slope Stability Analysis for Indiana Highways, Vol. II: STABL2 Program*, Publication FHWA/IN/JHRP-77/26. Joint Highway Research Project, Indiana Department of Transportation and Purdue University, West Lafayette, Indiana. 512 p.
- Cai, F. e Ugai, K. (2003). Reinforcing Mechanism of Anchors in Slopes: A Numerical Comparison of Results of LEM and FEM, *International Journal for Numerical and Analytical Methods In Geomechanics*, Vol. 27, p. 549-564.
- Carter, R. K.; Lovell, Jr., C. W. e Harr, M. E. (1971). *Computer Oriented Stability Analysis Of Reservoir Slopes*, Indiana Water Resources Research Center, IWRRC Technical Reports. Paper 16. Disponível em: <<http://docs.lib.purdue.edu/watertech/16>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2015.
- de Mello, V.F.B. (1988). Risks in Geotechnical Engineering Conceptual and Practical Suggestions. *Geotechnical Engineering*, Vol. 19, p. 171-207.
- Deschamps, G.P. (1978). *The Effect of Shear Strength and Pore Pressure Distribution on the Stability of Slopes*, Dissertation (MSc). Department of Civil Engineering, University of Ottawa. 324 p.
- Duncan, J.M. e Wright, S.G. (2005). *Soil Strength and Slope Stability*, John Wiley & Sons, New Jersey. 297p.
- Gurgel, J.G.B. (2003) *Modelagem Numérica de Estruturas de Contenção Atirantadas em Areia*, Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. 143 p.
- Hoek, E. e Bray, J. W. (1981). *Rock Slope Engineering*, Terceira Edição, The Institute of Mining and Metallurgy, London. 358 p.
- Houam, A. e Nuyens, J. (1993) Application de la Méthode de Bishop Simplifiée aux Remblais Renforcés par les Géosynthétiques, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 30, p. 812-820.
- Lins, P.G.C.; Vilares Filho, R.S. e Santana, D.S. (2015). Aplicação do Critério de Ruptura de Hoek-Brown na Análise de Estabilidade de Taludes, *Revista Fundações e Obras Geotécnicas*, Vol. 55, p. 46-52.
- Moraes Junior, L.J. (1975) *Algumas Considerações Práticas a Respeito da Análise da Estabilidade de Taludes*, Dissertação (Mestrado). COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro. 106 p.
- More, J.Z.P. (2003) *Análise Numérica do Comportamento de Cortinas Atirantadas em Solos*, Dissertação (Mestrado). PUC-Rio, Rio de Janeiro. 120 p.
- Palmeira, E.M. e Almeida, M.S.S. de (1980). *Atualização do Programa BISPO para Análise de Estabilidade de Taludes*, Relatório Parcial, Código 2.019-03.01-2/17/42. DNER, IPR, Rio de Janeiro. 80 p.
- Rocscience (2016). *Active or Passive Support Modeling in Slide*, Disponível em: <<http://rocscience.com/assets/files/uploads/8582.pdf>>. Acesso em: 21 de janeiro de 2016.
- Wright, S.G. e Duncan, J.M. (1991). Limit Equilibrium Stability Analyses for Reinforced Slopes, *Transportation Research Record*, No. 1330, p. 40-46.
- Yoder, S. M. e Hopkins, T. C. (1973). *Slope Stability Analysis: A Computerized Solution of Bishop's Simplified Method of Slices*, Commonwealth of Kentucky, Department of Highways. Research Report No. 358, KYP-72-38. Frankfort, Kentucky. 75 p.