

Eficiência da Mudança de Escala da Condutividade Hidráulica na Modelagem Estocástica do Rebaixamento do Nível d'Água

Vanessa Almeida de Godoy

Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, vgodoy@sc.usp.br

Universitat Politècnica de València, Valência, Espanha

Lázaro Valentin Zuquette

Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, lazarus1@sc.usp.br

J.Jaime Gómez-Hernández

Universitat Politècnica de València, Valência, Espanha, jgomez@upv.es

RESUMO: Estudos relacionados ao rebaixamento do nível d'água normalmente lidam com meio hidrogeológico complexo e se deparam com dois desafios: o caráter estocástico da condutividade hidráulica (K) e a dificuldade em se modelar numericamente processos físicos na escala de medição. Para auxiliar a lidar com esses desafios, o artigo apresenta uma breve análise da eficiência da mudança de escala da K na modelagem estocástica do rebaixamento do nível d'água (h). Para seu desenvolvimento, inicialmente foram utilizadas técnicas de geoestatística para a determinação da continuidade espacial, e depois de simulações estocásticas para a geração de 100 campos de K . Então se aplicou uma técnica de mudança de escala chamada de Laplace com pele. Os valores de K antes e depois da mudança de escala foram modelados utilizando o software FEFLOW. Observou-se a importância da análise estocástica, pois foram obtidas variações de mais de 3 m entre os valores máximo e mínimo de rebaixamento entre as 100 realizações. Além disso, a mudança de escala representou bem os campos de condutividade hidráulica; e os momentos estatísticos do rebaixamento variaram muito pouco antes e depois da mudança. No entanto, a mudança de escala poderia ter sido mais eficiente na reprodução dos resultados obtidos na escala fina, o que poderia ser alcançado utilizando uma pele maior, sendo esta uma sugestão para estudos futuros.

PALAVRAS-CHAVE: Condutividade Hidráulica, Geoestatística, Simulação Estocástica, Mudança de Escala, Modelagem Numérica.

1 INTRODUÇÃO

A determinação da condutividade hidráulica (K) é de grande interesse em diversas áreas do conhecimento incluindo o estudo do rebaixamento do nível d'água (h), que é um procedimento fundamental durante o processo de escavação em diversas obras geotécnicas.

Normalmente esses estudos lidam com meio hidrogeológico complexo fazendo com que possam se destacar dois inconvenientes: a grande variabilidade espacial dos parâmetros envolvidos e a dificuldade em se atribuir valores

de condutividade hidráulica aos elementos de um modelo numérico e assim modelar processos físicos na escala de medição. No primeiro inconveniente o que se observa é que usualmente os cálculos de rebaixamento do nível d'água são feitos adotando para o modelo numérico um valor médio de K para toda uma formação geológica, desconsiderando a heterogeneidade existente e o caráter estocástico do problema devido às incertezas associadas. Entretanto, diversos autores abordam o fato de a condutividade hidráulica ser bastante heterogênea em todas as escalas,

destacando a necessidade de análises que levem essa característica em consideração para que aumente a confiabilidade das previsões (Sánchez-Vila, Carrera e Girardi, 1996; Chapuis et al., 2005).

O segundo inconveniente reside no fato de que os valores de K podem variar de acordo com a escala na qual as medidas foram realizadas (Clauser, 1992; Neuman, 1994; Rovey, 1995; Sánchez-Vila, Carrera e Girardi, 1996; Wen e Gómez-Hernández, 1996) e o elemento do modelo numérico normalmente é muito maior do que a escala de medição, assim a dificuldade reside em atribuir ao elemento um valor de K que esteja de acordo com aquele obtido em escala menor.

Para lidar com o primeiro inconveniente é fundamental o uso de análises estocásticas de K , considerando as heterogeneidades e as incertezas relacionadas. O segundo inconveniente pode ser superado com a aplicação das técnicas de mudança de escala (*upscaling*), que permitem a transferência de informações obtidas em uma escala menor (escala fina), escala de medição, para modelos representativos de uma escala maior (escala grossa), escala dos modelos numéricos (Rubin e Gómez-Hernández, 1990; Cassiraga, Fernandez-Garcia e Gómez-Hernández, 2005).

Neste sentido, o objetivo desse artigo é estudar a eficiência da mudança de escala da condutividade hidráulica na modelagem estocástica do rebaixamento do nível d'água. O estudo será feito a partir de um exemplo genérico que trata de um problema muito comum no dia-a-dia de engenheiros geotécnicos e hidrogeólogos que lidam com mineração.

Na prática diária desses profissionais, apenas medições esparsas são disponíveis, existindo muitos locais onde não se conhece ao certo qual o valor de K . Sabendo-se que K é uma variável aleatória (V.A.) correlacionada espacialmente, ela assume então não apenas um único valor, mas uma distribuição probabilística de valores. Assim, em um mesmo local existem diversas probabilidades de K ter determinados valores.

Nas análises aqui desenvolvidas usa-se a geração de campos aleatórios equiprováveis e condicionados de K , que resultam em muitas representações aceitáveis do como a distribuição

espacial de K deva ser. Com isso é inserido o caráter estocástico ao problema em detrimento do determinístico.

Cada realização foi gerada na escala de medição e em seguida passou por processo de mudança de escala. Em seguida o fluxo foi modelado numericamente tanto para a escala de medição quanto para a escala depois da mudança. A eficiência da mudança de escala no rebaixamento do nível d'água foi avaliada comparando os resultados de sua variação antes e depois da mudança de escala.

2 CONCEITOS PRINCIPAIS

2.1 Simulação Gaussiana Sequencial

Com o uso de métodos de simulação é possível que seja mensurado conjuntamente a incerteza sobre determinadas características em diversos locais ao mesmo tempo. E é exatamente esta situação que encontramos quando se estuda K como uma variável aleatória correlacionada espacialmente. Com isso, a incerteza espacial é modelada a partir da geração de múltiplas realizações da distribuição conjunta da condutividade hidráulica (ou de qualquer outro atributo) no espaço, processo chamado de simulação estocástica.

As principais características da simulação estocástica, principalmente quando comparada com métodos de estimativa como os de Krigagem, é que: Há a possibilidade de realização de simulações condicionadas e assim os valores dos dados são fieis às suas posições; O histograma dos valores simulados reproduz muito bem o histograma amostral; O modelo de covariância também é reproduzido.

A simulação Gaussiana sequencial (SGS) é então um método de simulação estocástica em um modelo de função aleatória multigaussiana. Em outras palavras, a SGS condiciona a estimativa de um atributo em uma posição a toda informação disponível na vizinhança, seja essa informação proveniente de valores observados ou previamente simulados. Seu funcionamento em termos gerais é:

1) checar se é apropriado o uso de um modelo de função aleatória multigaussiana e

fazer transformações normais se necessário;

2) definir um caminho aleatório de busca em cada nó do grid;

3) em cada nó, definir os parâmetros média e variância da função de distribuição cumulativa condicionada (fdcc) usando krigagem simples;

4) extrair um valor simulado da fdcc e adicioná-lo ao conjunto de dados;

5) seguir para o próximo nó do caminho aleatório e repetir os passos 3 e 4;

6) repita esse procedimento até que todos os nós tenham sido simulados.

7) transformar os dados novamente para não normais, se necessário.

Para maiores detalhes sobre este método ver os trabalhos de (Goovaerts, 1997), Deutsch e Journel (1998) que explicam detalhadamente os procedimentos. Além disso, os trabalhos de Goovaerts (2001), Cassiraga, Fernández-Garcia e Gómez-Hernández (2005) mostram aplicações do método.

2.2 Mudança de Escala

A importância do estudo do efeito escala se dá porque normalmente a escala em que as medidas são realizadas é muito menor do que aquelas em que os aquíferos são discretizados nos modelos numéricos (Wen e Gómez-Hernández, 1996), e com isso esses modelos, que são as principais ferramentas utilizadas na previsão do fluxo e transporte, podem estar sub ou superestimando os resultados, colocando sua confiabilidade em dúvida.

Assim, devido ao altíssimo custo computacional relacionado à modelagem numérica com elementos que sejam do tamanho das medições realizadas, por exemplo, da ordem de poucos centímetros, iniciaram-se o desenvolvimento de métodos de mudança de escala do fluxo e de K (Rubin e Gómez-Hernández, 1990; Cassiraga, Fernandez-Garcia e Gómez-Hernández, 2005).

Esses métodos têm o objetivo comum de transformar uma malha definida à escala de medição em uma malha adequada para ser utilizado na modelagem numérica. Ou seja, a informação obtida em uma escala menor é transferida para uma escala maior, obtendo uma espécie de bloco médio, mas levando em

consideração a variabilidade espacial existente em pequena escala, apesar de perder algum tipo de informação. Os tensores de K na escala grossa devem resultar em uma solução da equação de fluxo que reproduzirá da melhor maneira possível os fluxos e cargas piezométricas observadas no modelo da escala fina.

A evolução dos métodos deu-se desde técnicas locais, até técnicas não-locais, com malha elástica e geração direta (Rubin e Gómez-Hernández, 1990; Cardwell e Parsons, 1945) incluindo métodos para transporte Fickiano ou não Fickiano (Liangping, Zhou, e Gómez-Hernández, 2011) e modelos inversos (Motono et al., 2010). Até nos dias atuais existem pesquisas desenvolvendo ou aprimorando técnicas de mudança de escala (Chen et al., 2015) em todo o mundo, mas no Brasil são raros estudos deste tipo.

O método de mudança de escala usado neste artigo é o Laplace com pele (Gómez-Hernández, 1991) onde se reconhece a não localidade do tensor de condutividade hidráulica, ou seja, K em cada elemento varia com as condições de contorno (BC). Assim, uma “pele” (um anel de elementos ao redor do elemento de interesse) é usada para aproximar a atual condição de contorno ao redor do elemento que terá a escala modificada sem ter que resolver o problema de fluxo para todo o domínio. Para isso, primeiro o elemento de interesse é isolado juntamente com a pele e o problema de fluxo é resolvido localmente para um conjunto de BC induzindo o fluxo em diversas direções. Em seguida, os valores médios do fluxo e o gradiente são calculados dentro do elemento para cada BC. Depois, o tensor de K já com a escala modificada é calculado. Para maiores detalhes em relação ao funcionamento deste método e sua evolução o leitor é direcionado a ler os trabalhos de Gómez-Hernández (1991), Cassiraga, Fernandez-Garcia e Gómez-Hernández (2005), Liangping, Zhou e Gómez-Hernández (2011).

3 METODOLOGIA

Inicialmente foi gerada uma amostra de 100

valores de condutividade hidráulica por meio do código GCOSIM3D (Gómez-Hernandez e Journel, 1993) para um aquífero confinado com dimensões de 100 m na direção x e 80 m na direção z e 1 m na direção y. Para a geração do campo aleatório foi usado um variograma exponencial, sem efeito pepita, e com o patamar igual à variância.

Os valores gerados serão considerados nossos pontos amostrais, ou seja, os resultados que seriam obtidos experimentalmente. A Figura 1 mostra a localização dos pontos de amostragem. Com esses dados é possível então realizar as análises exploratórias e geoestatísticas além de utiliza-los no condicionamento das simulações estocásticas. Adicionalmente foi escrito um código em MATLAB para o acoplamento dos códigos utilizados e automatização das etapas a partir da análise geoestatística. A seguir serão detalhados os procedimentos empregados depois da geração dos dados amostrais.

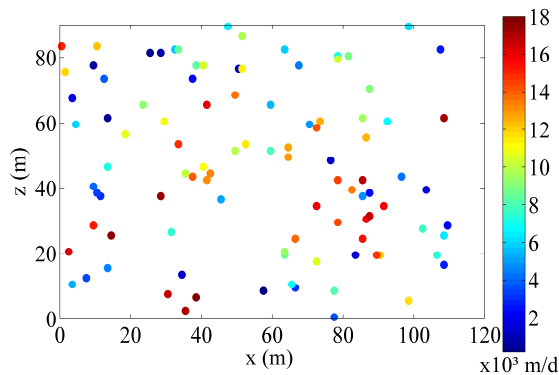


Figura 1. Localização e Valores de K (m/d) dos Pontos Amostrais Gerados

3.1 Análise Exploratória

Com a análise do histograma da amostra pode-se perceber a existência de uma assimetria positiva, ou seja, uma maior frequência dos dados representativos de menores valores. Os poucos valores altos observados podem influenciar a modelagem variográfica bem como a estimativa dos dados, sendo necessária a realização de uma transformação.

Diversas pesquisas indicam o caráter lognormal dos campos estocásticos da condutividade hidráulica K (Buttle e House,

1997; Ciollaro e Romano, 1995), ou seja, o logaritmo natural dos valores da condutividade segue uma distribuição normal. Assim, para a amostra estudada, extraindo-se o logaritmo natural do valor da variável original tem-se uma transformação logarítmica que neste caso é suficiente.

As Figuras 2 e 3 mostram os histogramas da amostra antes e depois da transformação logarítmica. Para verificar a efetiva normalidade da amostra de $\ln K$ utilizou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov que indicou que os dados podem ser considerados normais com um nível de confiança de 95%. A Tabela 1 mostra a estatística das amostras de K e de $\ln K$. Pode-se observar que o desvio padrão da amostra de $\ln K$ é bem pequena em relação à média e a distorção é mais próxima de 0 do que da amostra de K, indicando que a distribuição de $\ln K$ é pouco assimétrica. A variável $\ln K$ apresentou coeficiente de variação (CV) de 13,26% que pode ser considerada como baixa dispersão. Além disso, $\ln K$ apresentou distorção de 0,67, que é muito menor que a distorção de K e que se encontra mais perto de 0, valor da distorção da distribuição normal. A curtose da variável $\ln K$ apresentou valor próximo de 3, que é o valor da curtose para uma distribuição normal.

Tabela 1. Momentos Estatísticos das V.A. K e $\ln K$

Momento	K (m/d)	$\ln K$ (m/d)
Média	2,00e+3	7,0863
Desv. Padrão	2,78e+3	0,9395
Curtose	14,29	3,1611
Distorção	03,46	0,6685
CV	1,39	0,1326

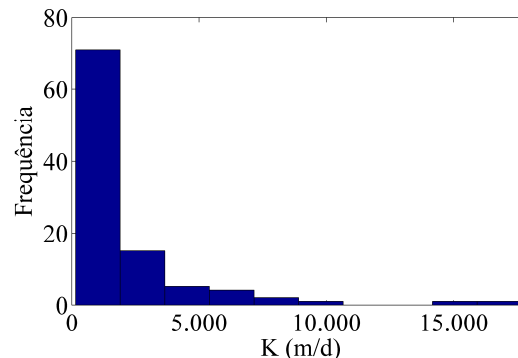


Figura 2. Histograma da Amostra de K (m/d)

3.2 Análise Geoestatística

A análise geoestatística foi realizada para o conhecimento da continuidade espacial da condutividade hidráulica e sua realização deu-se a partir da estimativa dos semivariogramas experimentais com vários tamanhos de lags, tolerâncias angulares e larguras de busca (Isaaks e Srivastava, 1989).

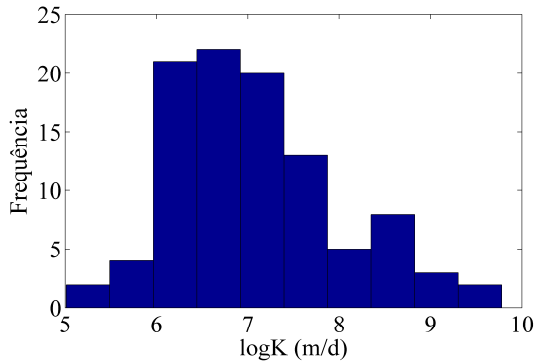


Figura 3. Histograma da Amostra de $\ln K$ (m/d)

As tentativas de estimativas dos semivariogramas foram precedidas da análise do mapa de contorno (Figura 4), onde já é possível identificar anisotropias direcionais, orientando mais facilmente o processo de modelagem variográfica. Na Figura 4, pode-se constatar que a direção de máxima continuidade pode estar entre 30° e 60° , com provável pouca continuidade na direção horizontal, vertical e a 135° , com 0° alinhado com o eixo x.

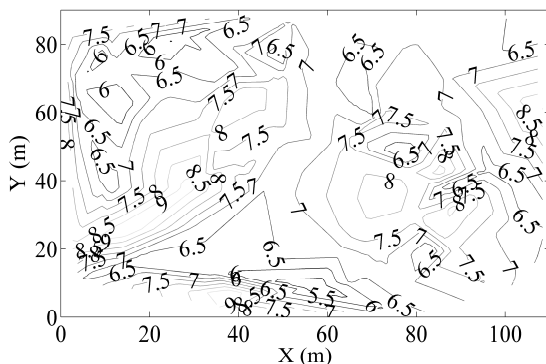


Figura 4. Mapa de Contorno de $\ln K$

Desta maneira, após diversas tentativas direcionadas a partir do mapa de contorno, como resultado da modelagem variográfica tem-se a maior continuidade representada pela direção de 45° , ajustando-se a uma modelo

exponencial com sill de 0,85, range de 28,8 m e sem efeito pepita. A direção de menor continuidade encontra-se em 135° com um sill de 0,85, range de 14,85 m e sem efeito pepita. As Figuras 5 e 6 mostram os semivariogramas experimentais e os modelos ajustados para as direções de maior e menor continuidade espacial, respectivamente.

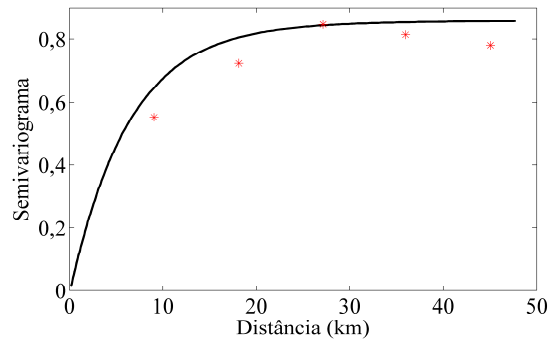


Figura 5. Semivariograma $\ln K$ direção 45°

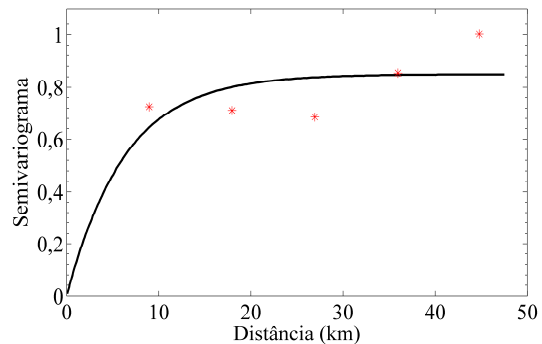


Figura 6. Semivariograma $\ln K$ direção 135°

3.3 Simulação Estocástica

Realizou-se a simulação estocástica para gerar variáveis aleatórias consistentes com as funções de autocorrelação, originadas dos variogramas experimentais. Assim, utilizando o código GCOSIM3D (Gómez-Hernandez e Journel, 1993), com os semivariogramas obtidos na etapa anterior, foram geradas 100 realizações equiprováveis de campos estocásticos da variável aleatória $\ln K$ por meio de simulação Gaussiana sequencial, assumindo-se que a condutividade hidráulica segue uma distribuição multigaussiana. Essas simulações foram condicionadas aos 100 dados amostrais. Após as simulações estocásticas os dados foram novamente transformados de $\ln K$ para K , para

que a mudança de escala pudesse ser realizada.

3.4 Mudança de Escala

A mudança de escala foi feita utilizando o método de Laplace com pele (Gómez-Hernández, 1991) e calculando a condutividade dentro do bloco por meio do código proposto por (Zhou, Li, Gómez-Hernández, 2010). Cada uma das 100 realizações passou pelo processo de mudança de escala, onde a escala fina inicial de 1 x 1 m foi modificada para uma escala grossa de 4 x 4 m, ou seja, um aumento de 4 vezes o tamanho do elemento e redução de 16 vezes no número total de elementos, passando de 8.000 para 500. Foi utilizada uma “pele” interna e externa de 5 elementos.

3.5 Modelagem Numérica do Rebaixamento do Nível d’Água

A modelagem numérica foi realizada utilizando o código de elementos finitos FEFLOW versão 7.0 (DHI-WASY, 2015) por meio da linha de comando em linguagem Python juntamente com a interface gráfica. Essa modelagem foi feita para cada uma das 100 realizações que passaram pela mudança de escala e também para a malha fina a título de comparação e avaliação da eficiência da mudança de escala.

3.5.1 Modelo Conceitual

O modelo conceitual do exemplo é uma seção vertical de um modelo bidimensional de fluxo estacionário saturado. Na direção x o domínio do problema tem dimensão de 100 m e na direção z 80 m. O modelo representa uma única formação geológica heterogênea de um aquífero confinado, com carga hidráulica de 80m nas extremidades esquerda e direita. No fundo foi assumida a condição de não fluxo. Inicialmente o nível d’água encontra-se no topo do modelo z = 80 m, ou seja, pressão = 0 kPa.

A coordenada z é positiva e decrescente de cima para baixo. Na profundidade de 20 m (z=60m) foram instaladas três bombas nas posições x1 = 20 m, x2 = 48m e x3 = 76 m, com captação de 7.000, 10.000 e 8.000 m³/d. Assumiu-se a resistência à tração da água de -70

kPa. Foi assumido que lnK segue uma distribuição multigaussiana, com momentos estatísticos descritos na Tabela 1.

É importante destacar que a definição do modelo conceitual é meramente acadêmica e não representa nenhuma área de estudo específica.

4 RESULTADOS

As Figuras 7 e 8 mostram o campo de condutividade hidráulica Kxx gerado na realização 72 antes de depois da mudança de escala, respectivamente. Observa-se que as tendências modeladas utilizando-se a malha fina são mantidas após a mudança de escala, que apenas mostra menor resolução, como esperado. Além disso, o tempo médio de processamento do modelo numérico foi reduzido em 15,6% após a mudança de escala.

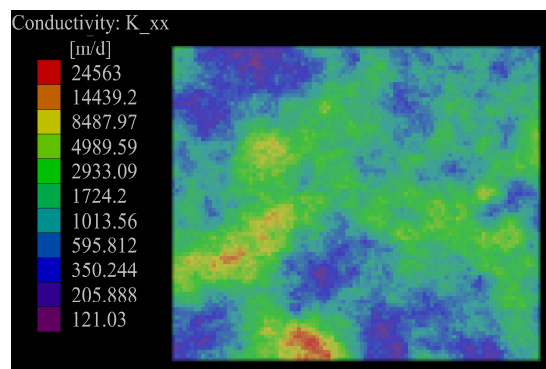


Figura 7. Campo de K (m/d) antes da mudança de escala (realização #20)

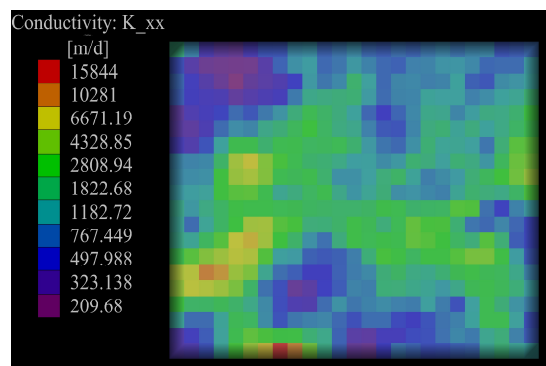


Figura 8. Campo de K (m/d) após a mudança de escala (realização #72)

O resultado do rebaixamento do nível d’água na realização 72 é mostrado na Figura 9. As Figuras 10 e 11 mostram os histogramas do

rebaixamento antes e depois da mudança de escala respectivamente e a Tabela 2 resume os principais momentos estatísticos. Nota-se que ambos os histogramas apresentam comportamentos similares, o que também é bem demonstrado pelos momentos estatísticos.

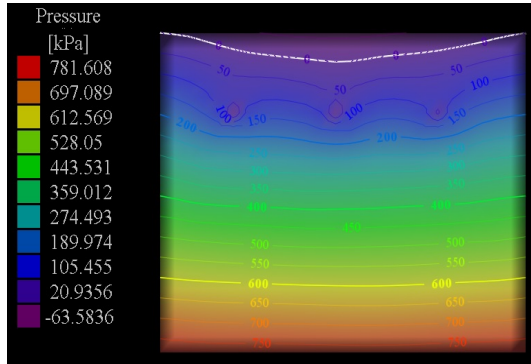


Figura 9. Rebaixamento do nível d'água para a (linha branca, pressão = 0 kPa) realização #72 – após mudança de escala

Antes da mudança de escala o rebaixamento mínimo e máximo obtidos entre as 100 realizações diferiram em 3,28 m e depois da mudança de escala a diferença foi de 3,17 m (Tabela 2). Esses valores chamam a atenção para a necessidade de inclusão de análises estocásticas na modelagem do rebaixamento, uma vez que as variações podem ser bastante significativas, levando a erros quando se adota apenas uma abordagem determinística.

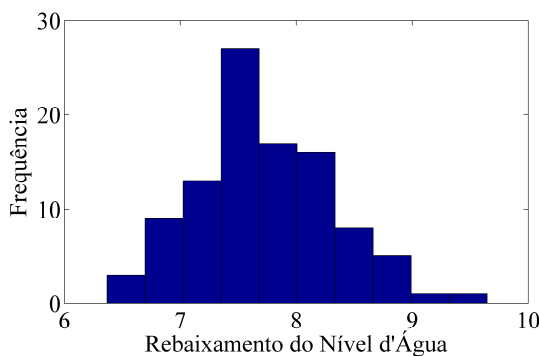


Figura 10. Histograma do rebaixamento antes da mudança de escala

A Figura 12 mostra a comparação entre os valores de rebaixamento obtidos antes e depois da mudança de escala. Observa-se que a tendência geral foi reproduzida, no entanto esperava-se uma maior aproximação entre os

valores obtidos da escala fina e da grossa. Essa maior aproximação pode ser obtida utilizando-se uma pele maior do que 5, como foi utilizado neste exemplo. No entanto, o tempo de processamento da mudança de escala aumenta exponencialmente com o aumento da pele, assim, é importante encontrar um tamanho de pele adequado que balanceie tanto eficiência da mudança de escala quanto tempo, como sugerem Li, Zhou e Gómez-Hernández (2011).

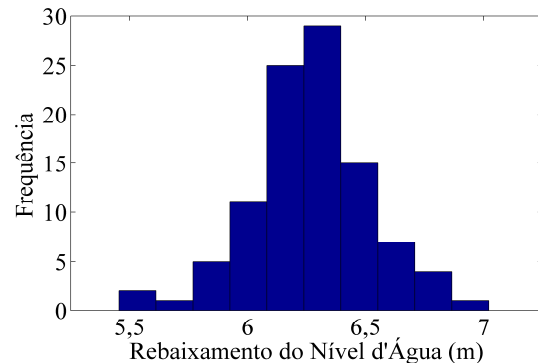


Figura 11. Histograma do rebaixamento depois da mudança de escala

Tabela 2. Momentos estatísticos do rebaixamento antes e depois da mudança de escala

Momento	Antes da Mudança de Escala	Depois da Mudança de Escala
Média	7,729	7,532
Dv. Pad	0,584	0,519
Mínimo	6,369	5,909
Máxima	9,647	9,045

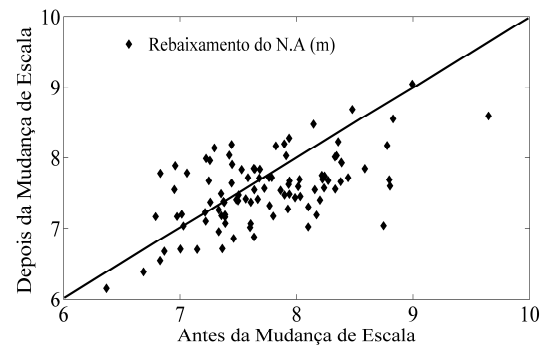


Figura 12. Comparação do rebaixamento do nível d'água antes e depois da mudança de escala

5 CONCLUSÕES

Com o objetivo de avaliar a eficiência da

mudança de escala no rebaixamento do nível d'água, foram realizadas análises estocásticas antes e depois dessa mudança. Observou-se que os campos de condutividade hidráulica no geral foram bem reproduzidos com a mudança de escala, no entanto acredita-se que essa mudança poderia ser mais eficiente na reprodução do rebaixamento do nível d'água. Isto poderia ser alcançado com o aumento da pele utilizada no método de mudança de escala, o que os autores sugerem para próximas investigações. Além disso, foi demonstrada a importância de se incorporar análises estocásticas para evitar erros na previsão do comportamento do rebaixamento nível d'água.

AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos: ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento através do Projeto nº401441/2014-8; à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, e ao Banco Santander pela concessão de bolsa de doutorado e de doutorado sanduíche, respectivamente, à primeira autora; e, à DHI-WASY pela concessão da licença do software FEFLOW.

REFERÊNCIAS

Buttle, J. e House, D. (1997). Spatial variability of saturated hydraulic conductivity in shallow macroporous soils in a forested basin. *Journal of Hydrology*, Vol. 203(1), p. 127-142.

Cardwell Jr, W. T. e Parsons, R. L.(1945). Average permeabilities of heterogeneous oil sands. *Transactions of the AIME* 160.01, 34-42.

Cassiraga, E. F., Fernandez-Garcia, D. e Gómez-Hernández, J. J. (2005). Performance assessment of solute transport upscaling methods in the context of nuclear waste disposal. *International journal of rock mechanics and mining sciences*, Vol. 42.5, 756-764.

Chapuis, R. P., et al. (2005). Evaluating the hydraulic conductivity at three different scales within an unconfined sand aquifer at Lachenaie, Quebec. *Canadian geotechnical journal*, Vol.42.4,1212-1220.

Chen, T., et al. (2015). A new upscaling method for fractured porous media. *Advances in Water Resources*, Vo. 80, 60-68.

Ciollaro, G. e Romano, N. (1995). Spatial variability of

the hydraulic properties of a volcanic soil. *Geoderma*, Vol. 65(3), p. 263-282.

Clauser, C. (1992). Permeability of crystalline rocks. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, Vol 73(21), p.233-238.

Deutsch, C. V. e Journel, A. G. (1998). *Gslib: geostatistical software library and user's guide*. 2. ed. New York: Oxford University Press, 369 p. Coleção Applied Geostatistics Series.

DHI-WASY Software. (2015). FEFLOW 7.0—Finite element Subsurface Flow & Transport Simulation System—*User Manual*, Berlin.

Gómez-Hernández, J.J. e Journel, A.G. (1993) Joint sequential simulation of multi-Gaussian fields *Geostatistics Troia'92*, p. 85–94.

Gómez-Hernández, J.J., (1991). *A stochastic approach to the simulation of block conductivity values conditioned upon data measured at a smaller scale*. Ph.D. thesis, Stanford University.

Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York : Oxford University Press, 483p. Coleção Applied Geostatistics Series.

Goovaerts, P. (2001). Geostatistical modelling of uncertainty in soil science. *Geoderma*, Vol. 103, p. 3-26.

Isaaks, E. H. e Srivastava, R. M. (1989). *An Introduction to Applied Geostatistics*: Oxford University Press, New York, 561 p., ISBN 0-19-505012-6

Li, L., Zhou, H. e Gómez-Hernández, J.J. (2011). Transport upscaling using multi-rate mass transfer in three-dimensional highly heterogeneous porous media. *Advances in Water Resources*, Vol. 34.4, 478-489.

Motono, T. et al. (2010). Estimation of Fracture Effective Permeability by Upscaling Using Ensemble Kalman Filter. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition. *Society of Petroleum Engineers*.

Neuman, S. P. (1994). Generalized scaling of permeabilities: Validation and effect of support scale. *Geophysical Research Letters*, Vol 21.5, p. 349-352.

Rovey, C W. e Cherkauer, D S. (1995). Scale dependency of hydraulic conductivity measurements. *Groundwater*, Vol. 33.5, p. 769-780.

Rubin, Y., e Gómez-Hernández, J.J. (1990). A stochastic approach to the problem of upscaling of conductivity in disordered media: Theory and unconditional numerical simulations. *Water Resources Research*, Vol. 26.4, p. 691-701.

Sánchez-Vila, X., Carrera, J. e Girardi, J. P. (1996). Scale effects in transmissivity. *Journal of Hydrology*, Vol. 183.1, p. 1-22.

Wen, X. e Gómez-Hernández, J.J. (1996). Upscaling hydraulic conductivities in heterogeneous media: An overview. *Journal of Hydrology*, Vol.183.1, p 9-32.