

Simulação de Fluxo Bifásico em Zonas de Falha utilizando a Formulação Impes modificado em Elementos Finitos.

Julliana de Paiva Valadares Fernandes

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil, juliana@lmcg.ufpe.br

Jonathan da Cunha Teixeira

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil, jonta.teixeira@gmail.com

Igor Fernandes Gomes

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil, gomes@ufpe.br

Leonardo José do Nascimento Guimarães

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil, leonardo@ufpe.br

RESUMO: A Engenharia de Petróleo tem como um de seus objetivos de estudo otimizar a produção de hidrocarbonetos através da previsão do comportamento do reservatório durante todo o tempo de produção, e com isso, a simulação numérica vem desenvolvendo um papel fundamental nesta previsão procurando entender os fenômenos físicos e químicos associados ao escoamento de fluido no interior dos mesmos. Na análise hidráulica em estudos de reservatórios pode –se considerar os fenômenos de fraturamento hidráulico e reativação de falhas e fraturas naturais. Tais fenômenos podem ter impacto direto na produção e levar a problemas ambientais. A análise numérica exposta neste trabalho, refere-se a um problema de fluxo de bifásico em reservatório de petróleo considerando a existência de falha geológica com diferentes valores de permeabilidade em função da existência de zonas de dano (*damage zone*) e núcleo (*core*). Esta análise dispõe de um estudo inicial de fluxo de água e óleo em um campo com uma falha reativada. Ao se empregar um modelo numérico que considera os fluidos imiscíveis e incompressíveis, que é o caso da formulação aqui empregada, sem efeito capilar, o aumento da pressão devido ao deslocamento de uma fase em relação a outra, é proporcional ao gradiente de pressão empregado e que pode levar a problemas numéricos nas regiões confinadas da falha, seja devido às rochas capeadoras, ou pela própria permeabilidade que deverá variar de valores muito baixos a elevados. Desta forma, possivelmente, o campo de permeabilidades seja o maior desafio na previsão e análise do problema de reativação de falhas e seu efeito sobre o fluxo no interior do reservatório. Dois cenários foram simulados, sendo que no primeiro simula-se a comunicação através da falha do reservatório depletado com um reservatório de óleo localizado na base do *underburden*. No segundo caso este cenário não é abordado, onde a falha é acomodada em sua base sobre uma rocha impermeável. Também foi exposta a implementação de uma formulação de fluxo bifásico tipo IMPES (IMplicit Pressure EXplicit Saturation) Modificado onde o campo de pressões de fluido é calculado implicitamente (utilizando o método dos Elementos Finitos) e o campo de velocidades das fases fluidas é usado para o cálculo explícito do balanço de massa das fases (aqui usando o método do volume finitos). Esta formulação foi, portanto, implementada no código numérico CODE_BRIGHT (*Coupled Deformation Brine Gas and Heat Transport*).

PALAVRAS-CHAVE: Elementos Finitos, Falha com Zona de Dano, Simulação de Fluxo Bifásico, Simulação Numérica.

1 INTRODUÇÃO

Define-se falha como sendo uma superfície de fratura, ao longo da qual ocorreu um movimento relativo entre os dois blocos, e pode ser proveniente de uma extensão, distensão ou torção. As falhas selantes tem grande importância na criação de armadilhas (traps) de hidrocarbonetos, pois a rocha selante tem baixa permeabilidade impedindo o escape de fluido da rocha reservatório.

O movimento de falhas no interior e na vizinhança de um reservatório de petróleo pode ser induzido, num processo de exploração, pela variação da poro-pressão e seu efeito sobre a tensão efetiva normal e ruptura por cisalhamento. Quando ocorre a reativação, a permeabilidade da falha é aumentada permitindo o fluxo de fluido através dela, comprometendo a integridade hidráulica das rochas capeadoras que selam o reservatório. Outro aspecto decorrente da reativação de falha é a abertura de fraturas e o surgimento de novas zonas de fluxo através de formações capeadoras.

Isto releva a necessidade de uma previsão precisa do efeito de injeção / produção de fluidos sobre o comportamento mecânico das rochas e da falha, bem como a influência da falha reativada no regime de fluxo de hidrocarboneto no interior do reservatório.

Vários trabalhos envolvendo modelagem numérica hidro-mecânica de problemas de reativação de falhas vem sendo desenvolvidos tais como os de Guimarães *et al* (2009), Gomes (2009), Gomes *et al* (2011) entre outros. Tais análises consideram, por simplificação do modelo, o fluxo monofásico. Porém, neste trabalho, modela-se o escoamento bifásico (água-óleo) para um cenário pós reativação de falha utilizando a formulação IMPES modificado.

Ao se empregar um modelo numérico que considera os fluidos imiscíveis e incompressíveis, que é o caso da formulação aqui apresentada, sem efeito capilar (importante no estudo de fluxo em falhas e fraturas) o aumento da pressão devido ao deslocamento de uma fase em relação a outra, é proporcional ao gradiente de pressão empregado e que pode levar a problemas numéricos nas regiões

confinadas da falha, seja devido às rochas capeadoras, ou pela própria permeabilidade que deverá variar de valores muito baixos a elevados.

Desta forma, possivelmente, o campo de permeabilidades seja o maior desafio na previsão e análise do problema de reativação de falhas e seu efeito sobre o fluxo no interior do reservatório. A complexidade disto aumenta consideravelmente ao se tentar empregar uma configuração mais realista das falhas que, no caso de estruturas de grande porte, envolve sua estratificação em zonas de dano e núcleo que apresentam cenários distintos de permeabilidade em função da rede multiescala de fraturas nas mais variadas direções, conforme pode ser observado na Figura 1.

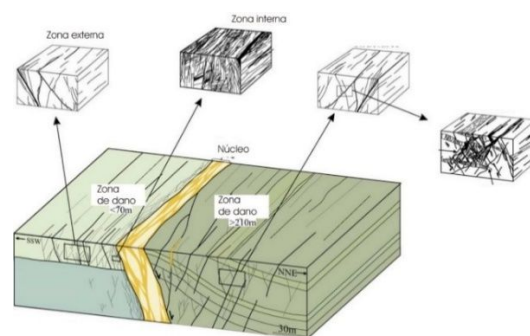


Figura 1 - Exemplo de principais componentes da arquitetura da Falha de Bartlett – Bacia Paradox em Utah – EUA (Modificado de Berg e Skar, 2005).

Em seu trabalho, Billi *et al* (2003) apresentam esquematicamente configurações de falhas geológicas em seu processo de ativação e estágio estático (Figura 2). No primeiro, que pode ser assemelhado ao de reativação, as zonas de dano apresentam, com relação às rochas matriz, um grau de fraturamento elevado que gera um campo heterogêneo de permeabilidade criando uma rede de fluxo cuja direção dependerá diretamente do gradiente de pressões, da interconexão das fraturas e da condição selante do núcleo, especialmente. Isto pode ser observado nas figuras 2a e 2c.

No estágio estático, Figuras 2b e 2c, o núcleo da falha tende a apresentar valores baixíssimos de permeabilidade em função do teor de material argiloso devido a deformação dúctil sofrida, ou pela cimentação dos fragmentos de rochas que o preenchem. A configuração deste estágio é alterada quando ocorrem movimentações sísmicas e por alterações do

estado de tensões induzidos por processos de produção em reservatórios de petróleo próximos ou em contato com as falhas selantes.

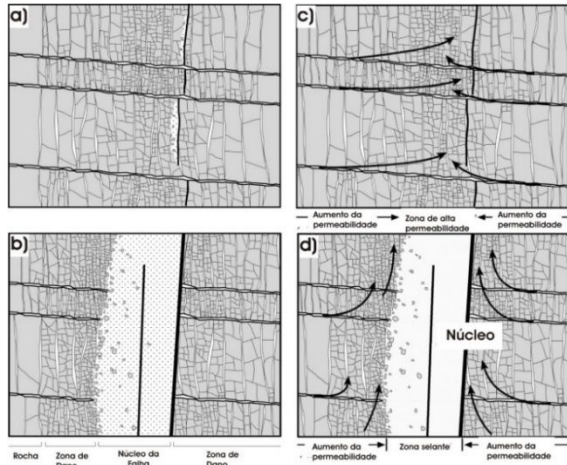


Figura 2 – Modelo de evolução de uma zona de falha com permeabilidade e circulação de fluido associados: (a) concentração de zonas de dano e núcleo em definição; (b) zona de dano e núcleo selante (condição estática); (c) condição de permeabilidade e fluxo (flechas pretas) para compartimentação por falha com região do núcleo permeável; (d) condição de permeabilidade e fluxo para compartimentação por núcleo selante. (Modificado de Billi et al, 2003).

Com isso, baseado nas análises aqui apresentadas adotou-se uma configuração de anisotropia do tensor de permeabilidade para o fluxo bidimensional, empregando-se uma razão entre a permeabilidade horizontal e vertical de cada região da falha.

2 FORMULAÇÃO

2.1. Formulação Matemática

No caso do problema de fluxo bifásico abordado neste trabalho emprega-se uma formulação onde a água e o óleo são fases imiscíveis e incompressíveis. Tal modelo consiste em um sistema de equações diferenciais parciais elípticas e hiperbólicas considerando a pressão e a saturação dos fluidos como variáveis primárias, sendo estas equações fracamente acopladas através do campo de velocidades total.

Emprega-se para isto o esquema IMPES modificado que trata a equação de pressão implicitamente, podendo esta ser resolvida em

largos passos de tempo, de forma que em cada solução da equação da pressão, a hiperbólica precisa ser reavaliada várias vezes, sempre respeitando as condições de CFL (Condição de Courant-Friedrichs-Lewis), um fator limitante do método explícito que traz estabilidade ao termo de saturação através da utilização de um passo de tempo que obedeça a essas condições.

A equação de balanço de massa de fluido da fase α é dada pela equação abaixo:

$$\frac{\partial(\phi \rho_{\alpha} s_{\alpha})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}) + \rho_{\alpha} q_{\alpha}, \quad \alpha \in \{w, o\} \quad (1)$$

Sendo ρ_{α} , s_{α} e $\mathbf{v}_{\alpha}$ a densidade, saturação e a velocidade da fase α , respectivamente, ϕ a porosidade do meio e q_{α} o termo fonte/sumidouro. Já α representa a fase água (w) e a fase óleo (o). As saturações obedecem a relação $s_w + s_o = 1$. A velocidade da fase α é representada pela lei empírica de Darcy:

$$\mathbf{v}_{\alpha} = -\mathbf{k} \lambda_{\alpha} (\nabla p - \rho_{\alpha} \mathbf{g}), \quad \alpha \in \{w, o\} \quad (2)$$

A mobilidade $\lambda = k_{r\alpha}/\mu$ é dada pela relação entre a permeabilidade $k_{r\alpha}$ da fase α e a viscosidade μ . A permeabilidade relativa descreve o quanto a presença da fase fluida perturba o comportamento do escoamento da outra fase, e vice-versa (Figura 3). $\mathbf{k}$ é o tensor de permeabilidade do meio poroso, p é a pressão da fase α , ρ é a densidade da fase fluida, e $\mathbf{g}$ é o vetor gravidade. A pressão de fluido das fases molhante e não-molhante se relacionam através da pressão capilar p_c ($p_c = p_o + p_w$). Diversas funções clássicas existem para o cálculo da permeabilidade relativa $k_{r\alpha}$ e a pressão capilar p_c .

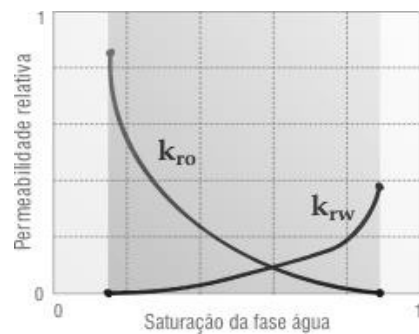


Figura 3 - Curva representativa das permeabilidades relativas da fase água e óleo.

Negligenciando o efeito capilar temos que, $p_o = p_w$ e a lei de Darcy para ambas as fases pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathbf{v}_t = -\lambda_t \mathbf{k} \nabla p + \mathbf{kg}(\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) \quad (3)$$

Onde, $\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_w + \mathbf{v}_o$, é a velocidade total das fases fluidas e $\lambda_t = \lambda_w + \lambda_o$ a mobilidade total. Se o fluido é incompressível, então o divergente do campo de fluxo é igual ao termo fonte/sumidouro ($q_t = q_w + q_o$).

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_t = q_t \quad (4)$$

Aplicando as equações 3 e 4 na lei de Darcy encontramos a equação da pressão de fluido incompressível:

$$0 = \nabla \cdot [\lambda_t \mathbf{k} \nabla p] + \mathbf{k}(\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) \mathbf{g} \nabla z + q_t \quad (5)$$

Para reservatórios com fluidos ligeiramente compressível e / ou matriz de rocha onde, $c_t (\Delta p) \ll 1$, o qual é uma suposição válida na escala de reservatório (Durlofsky 1993), equação (5) torna-se a equação parabólica da pressão do fluido.

$$\phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot [\lambda_t \mathbf{k} \nabla p] + \mathbf{k}(\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o) \mathbf{g} \nabla z + q_t \quad (6)$$

Sendo, c_t a compressibilidade total do sistema rocha e fluido. Se assumirmos ainda que os efeitos da gravidade são negligenciados de tal modo que, para a condição de incompressibilidade, a pressão do fluido é dada por:

$$0 = \nabla \cdot [\lambda_t \mathbf{k} \nabla p] \quad (7)$$

Sendo a velocidade da fase $\mathbf{v}$ igual a:

$$\mathbf{v}_\alpha = f_\alpha \mathbf{v}_t \quad (8)$$

Para obtenção da equação da pressão, combina-se as equações de conservação de massa, a lei de Darcy generalizada, sendo p a variável de uma das partes da equação resultante. A outra parte da equação possui como variável dominante a saturação de uma das fases e então é denominada de equação da saturação.

Isolando o termo do gradiente de pressão da Equação 3 obtemos a expressão:

$$-\mathbf{K} \cdot \nabla p = \frac{\mathbf{v}}{\lambda} + \frac{(\lambda_w \rho_w + \lambda_o \rho_o)}{\lambda} \mathbf{g} \mathbf{K} \cdot \nabla z \quad (9)$$

Na equação 9, o termo gravitacional foi considerado como termo fonte da equação da pressão e as fases água e óleo como incompressíveis.

A formulação é implementada em elementos finitos com volume de controle (CVFEM), utilizando uma estrutura de dados por aresta, sendo o cálculo da velocidade dado na aresta.

2.2. Formulação Numérica

O método numérico CVFEM combinado com o método dos volumes finitos para calcular o balanço de massa da fase fluida enquanto o campo de pressão é computado implicitamente usando o método dos elementos finitos (Na abordagem IMPES), como mostrado abaixo:

$$-\sum_{e=1}^{nel} [\lambda [B^T \mathbf{K} B]].p + \sum_{e=1}^{nel} \lambda [B^T \mathbf{K} \cdot \mathbf{g}] = 0 \quad (10)$$

Onde, B é o operador gradiente das funções de forma. Em seguida a equação numérica do transporte foi implementada no código numérico CODE-BRIGHT da forma descrita abaixo.

$$S_{wi}^{k+1} = S_{wi}^k - \frac{\Delta t}{V_i \phi_i^k} \left[\sum_j^{nsi} [f_{\alpha j} \mathbf{v}_{tj}] \cdot \mathbf{n}_j + \sum_j^{nsi} [\mathbf{K}(\lambda_n \rho_n + \lambda_w \rho_w) \mathbf{g}] \right] \quad (11)$$

Onde $\sum_{j=1}^{nsi}$ é o somatório de todos os segmentos de contorno j do volume finito V_i , Δt é o passo de tempo.

Para assegurar a estabilidade numérica da solução da equação 11 que segue um esquema explícito deve-se utilizar passo de tempo que satisfaça o critério de estabilidade (CFL – condição de Courant-Friedrichs-Lewis) de forma que o número é adimensional não exceda a unidade.

Logo, o Δt_s utilizado na Equação 11 é dado por $\Delta t_s = \phi_{vc} V_p / \left(\left[\frac{\partial f_w}{\partial s} \right] \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{cv} \right)_{max}$, sendo ϕ_{vc}

porosidade do volume de controle p ; V_p volume do volume de controle p e $(\partial f_w / \partial s \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{vc})_{max}$ a máxima velocidade da onda sobre o volume de controle.

3 DESCRIÇÃO DO CASO

O exemplo de aplicação trata-se de um cenário hipotético, considerando um evento pós-reativação onde a permeabilidade das regiões da falha sofre um aumento em função do cisalhamento ocorrido. É definido por uma seção transversal vertical de um campo com reservatório de óleo seccionado por uma falha geológica subdividida em três partes: núcleo, zona de dano interna (mais próxima ao núcleo) e zona de dano externa (Figura 4).

Considerou-se um poço produtor localizado a 232m da falha (lado esquerdo) com uma profundidade de 469 metros, e um poço injetor que está a 46 m da falha (lado direito), a uma profundidade de 490m. As camadas *overburden* e *underburden* são rochas impermeáveis.

Simularam-se dois casos (cenários), sendo que no primeiro considerou-se a comunicação, através da zona de falha, entre o reservatório depletado e um reservatório de óleo localizado na base do *underburden*. No segundo caso este cenário não é abordado, onde a falha é acomodada em sua base sobre uma rocha impermeável.

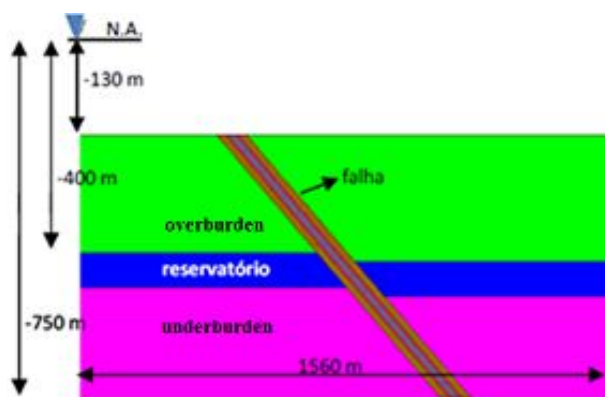


Figura 4. Descrição do Caso sintético: geometria do caso da falha com zonas de dano.

O reservatório foi submetido a um gradiente de pressão de 15 MPa no sentido do poço injetor ao produtor e considerou-se uma

saturação inicial de água de 0,1. Neste problema a aceleração da gravidade é aplicada.

Foram considerados diferentes valores de saturação inicial de água para as zonas de dano externa, interna e o núcleo da falha, sendo estes 20,1%, 25% e 25%, respectivamente.

No caso da comunicação com reservatório inferior, considerou-se uma vazão de exsudação de óleo na falha de 10^{-4} m³/s, prescrita nos nós da base da falha. No topo da falha adotou-se uma vazão de 10^{-6} m³/s de forma a representar uma taxa de exsudação de fluido para o fundo do mar.

O campo de permeabilidade adotado para as zonas da falha, como as demais propriedades, para os dois casos, estão apresentadas através da Tabela 1. Destaca-se que os problemas foram simulados considerando água e óleo com densidades e viscosidades distintos.

Para essas análises, adotou-se um valor para o CFL de 0,35 e DVTOL de 10^{-6} (Para evitar uma variação rápida no tamanho do passo de tempo de modo que o passo de tempo torne-se muito grande. Teixeira 2015). O tempo de simulação considerado foi de 12 dias. A Figura 5 apresenta a malha de elementos finitos adotada sendo esta composta de 6102 nós e 211976 elementos do tipo triângulo linear.

Tabela 1 - Propriedades para cálculo da densidade das fases.

RESERVATÓRIO	
Permeabilidade Intrínseca k_x	5×10^{-11}
Permeabilidade Intrínseca k_y	1×10^{-11}
Porosidade inicial	30%
FALHA (zona de dano externa)	
Permeabilidade Intrínseca k_x	8×10^{-12}
Permeabilidade Intrínseca k_y	1×10^{-12}
Porosidade inicial	20%
FALHA (zona de dano interna)	
Permeabilidade Intrínseca k_x	5×10^{-12}
Permeabilidade Intrínseca k_y	1×10^{-12}
Porosidade inicial	25%
FALHA (núcleo)	
Permeabilidade Intrínseca k_x	1×10^{-12}
Permeabilidade Intrínseca k_y	1×10^{-12}
Porosidade inicial	10%
OVERBURDEN	
Permeabilidade Intrínseca $k_x=k_y$	1×10^{-22}
Porosidade inicial	20%
UNDERBURDEN	
Permeabilidade Intrínseca $k_x=k_y$	1×10^{-15}
Porosidade inicial	20%

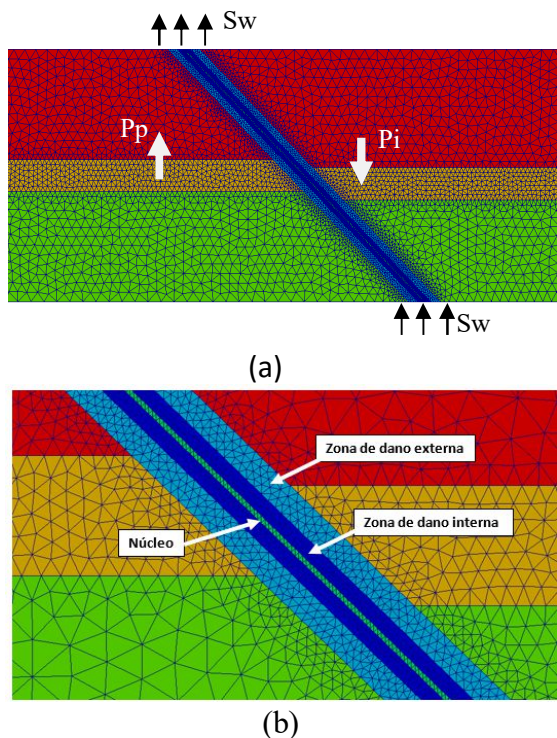


Figura 5- Malha de elementos finitos: (a) malha completa; (b) detalhe mostrando o refinamento da malha na falha e as zonas de dano e núcleo.

O mapa de distribuição da permeabilidade adotado para os dois casos, com e sem comunicação entre reservatórios, é mostrado através da Figura 6.

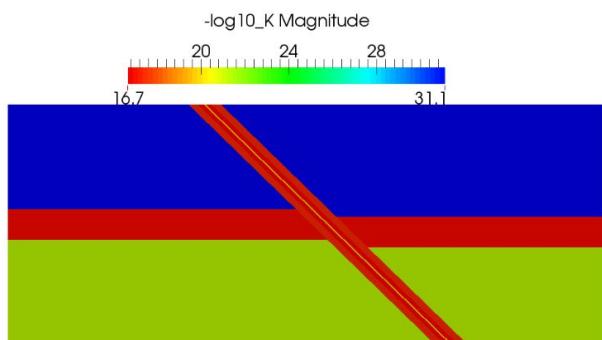


Figura 6 – Mapa de permeabilidade relativa adotado nos casos com e sem comunicação entre reservatório de óleo.

Como resultados destacam-se inicialmente, na Figura 7, os vetores de velocidade de escoamento de óleo para um tempo de cerca de 9 dias comparando os dois cenários modelados.

Observa-se que para o caso com comunicação entre reservatórios (Figura 7a) ocorre o fluxo de óleo do reservatório depletado devido à frente

de injeção de água, na direção do poço produtor atravessando a falha, e também se observa o deslocamento de um volume de óleo ao longo da falha sendo promovido pela sua migração a partir do reservatório inferior, seguindo o gradiente de pressão na região de produção.

Já no caso sem comunicação entre reservatórios, para o mesmo tempo de análise, observa-se que o óleo é deslocado pela água para o outro compartimento do reservatório, onde se localiza o poço produtor, cruzando-se a falha. Neste caso há também o fluxo de óleo na direção do topo e base da falha, concentrando-se essencialmente nas zonas de dano interna e núcleo.

A distribuição inicial e final da saturação de água está apresentada na Figura 8, onde é possível observar a diferença entre os dois casos. Ao se considerar a comunicação entre os reservatórios percebe-se que a frente de saturação de água proveniente da injeção atua como uma barreira para o escoamento do óleo para a parte superior da falha, conduzindo-o ao poço produtor. Já no outro caso a água desloca o óleo no sentido das porções superior e inferior da falha, bem como na direção do poço produtor.

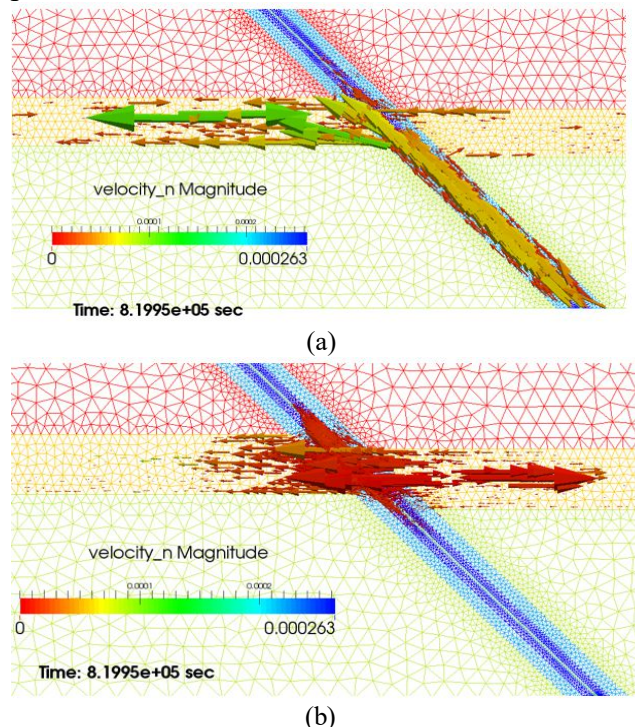
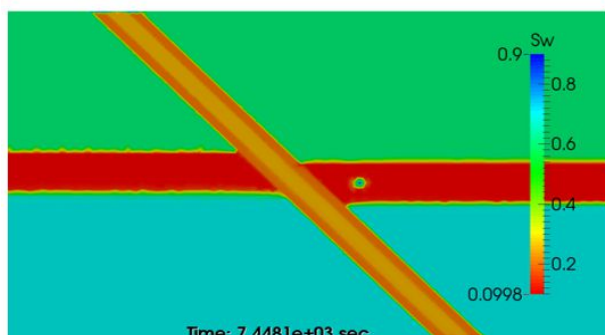


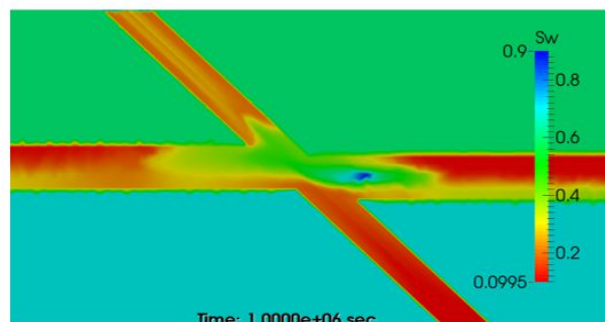
Figura 7 - Vetores de velocidade da fase óleo para tempo de cerca de 9 dias: (a) caso com comunicação entre reservatórios; (b) caso sem comunicação entre reservatórios.

É possível observar também que o óleo é deslocado no sentido do contorno do reservatório na porção direita, o que leva à ocorrência de um erro na ordem de 10^{-4} quando à saturação residual de água uma vez que o óleo fica aprisionado submetido à pressão de injeção sendo este incompressível. De qualquer forma, dado o cenário, entende-se que uma técnica de *upwind* de ordem maior pode contribuir para a eliminação deste tipo de problema, embora se considere satisfatória a solução apresentada neste trabalho.

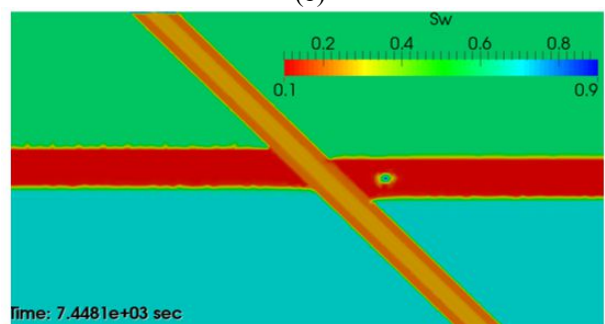
A Figura 9 apresenta os valores de saturação de água e óleo para o caso com comunicação entre reservatórios para o tempo de 11 dias obtidas em uma linha de uma face a outra do reservatório. É possível verificar que na região que corta a falha ocorre um pico de aumento na saturação de óleo e de redução na saturação de água exatamente devido à influência do fluxo de óleo proveniente do reservatório inferior.



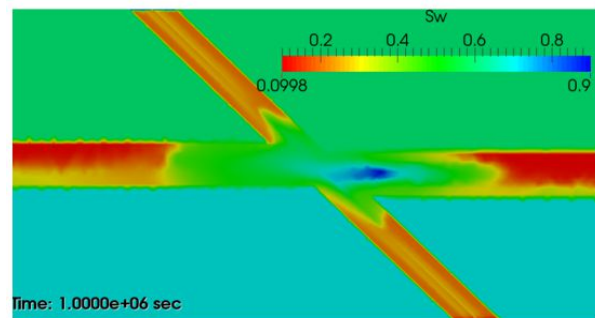
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 8 - Distribuição da saturação de água: (a) caso com comunicação de reservatórios para um tempo de cerca de 2 horas, (b) caso com comunicação de reservatórios para um tempo de 11 dias; (c) caso sem comunicação entre reservatórios para um tempo de cerca de 2 horas; (d) caso sem comunicação entre reservatórios para um tempo de 11 dias.

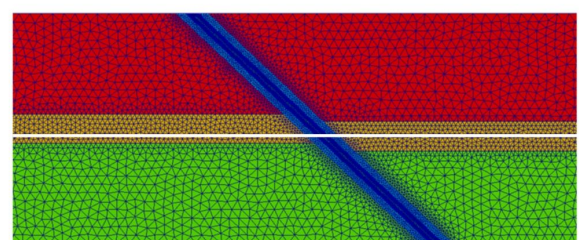
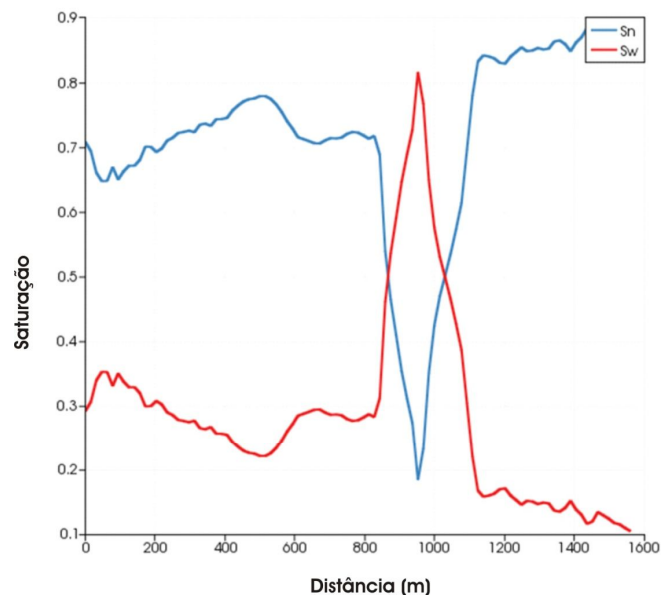


Figura 9 – Perfil de saturação ao longo do reservatório para o caso com comunicação entre reservatórios.

Logo, o método se mostrou capaz de simular o fluxo bifásico em um reservatório com presença de falha, sem apresentar oscilações espúrias apesar da condição de heterogeneidade adotada.

4 CONCLUSÃO

Nas análises realizadas verificou-se a contribuição do reservatório inferior aumentando o varrido de óleo do reservatório superior, provocando um fluxo ascendente e influenciando também a produção de óleo, como também, que a injeção de água age como uma barreira dificultando a passagem do óleo para a parte superior da falha.

Já no segundo caso, no qual não há comunicação entre os reservatórios superior e inferior, o varrido do óleo se dá em direção ao poço produtor ultrapassando a falha. Ocorre também o fluxo de óleo na direção do topo e base da falha, concentrando-se essencialmente nas zonas de dano interna e núcleo.

Portanto a formulação mostrou-se adequada para o problema analisado e destaca-se a importância de realizar estas análises considerando agora o acoplamento ao problema mecânico, tendo assim uma resposta mais realista do escoamento dos fluidos como consequência da reativação mecânica da zona de falha ao longo do tempo de análise.

AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem ao Programa de Recursos Humanos da ANP, PRH 26, e à Petrobras pelo apoio a pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Berg, S. S., Skar, T. (2005) *Controls on damage zone asymmetry of a normal fault zone: outcrop analyses of a segment of the Moab Fault*, SE Utah. *Journal of Structural Geology*, 27:1803-1822
- Billi, A., Salvini, F., Storti F. (2003), *The damage zone-fault core transition in carbonate rocks: implications for fault growth, structure and permeability*. *Journal of Structural Geology* 25 1779–1794.
- Durlofsky LJ (1993). *A triangle based mixed finite-element-finite volume technique for modeling two phase flow through porous media*. *Journal of Computational Physics*, 105, 252–66.
- Fernandes, J. P. V., *Implementação da Formulação IMPES-Modificado em Problemas de Elementos Finitos com Volume de Controle para Simulação de Fluxo Bifásico com Acoplamento Geomecânico*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco.

- Departamento de Engenharia Civil. Recife. Brasil. p. 101.
- Geiger, S.; Matthai, K.; Roberts S.; Zoppou, C., *Combining Finite Volume and Finite Element Methods to Simulate Fluid Flow in Geologic Media*. Australian & New Zealand Industrial and Applied Mathematics Journal, v. 44, p. c180-c201, 2003.
- Geiger, S.; Roberts S.; Matthai, K.; Zoppou, C.; Burri, A., *Combining Finite Element and Finite Volume for Efficient Multiphase Flow Simulations in Highly Heterogeneous and Structurally Complex Geologic Media*. *Geofluids*, v. 4, p. 284-299, 2004.
- Guimarães, I. J. N., Gomes, I. F., Fernandes, J. P. V. (2009) *Influence of Mechanical Constitutive Model on the Coupled Hydro-Geomechanical Analysis of Fault Reactivation*. 2009 SPE Reservoir Simulation Symposium. SPE 119168-PP. The Woodlands. Texas. USA.
- Gomes, I. F. (2009). *Implementação em Elementos Finitos das Equações de Pressão e Saturação para Problemas de Fluxo Bifásico em Reservatórios de Petróleo Deformáveis*. Universidade Federal de Pernambuco. Departamento de Engenharia Civil. Recife. Brasil.
- Gomes, I. F., Lima, J. T., Florêncio, R. Q., Fernandes, J. P. V., Guimarães, L. J. N. (2011). *Modelagem Numérica Hidro-Mecânica de Reativação de Falhas em Reservatórios de Petróleo Considerando a Falha Subdividida em Diferentes Zonas*. 6º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás. Florianópolis, SC. Brasil.
- Teixeira, J. C. (2015). *Simulação por Linhas de Fluxo com Acoplamento Geomecânico*. Universidade Federal de Pernambuco. Departamento de Engenharia Civil. Recife. Brasil. p. 170.