

# Determinação dos Parâmetros de um Modelo Elástico Não Linear por meio da Retroanálise de uma Curva Pressiométrica

Eduardo Souza Cândido

Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, Brasil, eduardo.candido@ufv.br

Roberto Francisco de Azevedo

Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, Brasil, razevedo@ufv.br

Izabel Christina d'Almeida Duarte de Azevedo

Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, Brasil, iazevedo@ufv.br

Enivaldo Minette

Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, Brasil, eminette@ufv.br

**RESUMO:** O artigo apresenta a determinação dos parâmetros de um modelo elástico não linear a partir da análise dos resultados de um ensaio pressiométrico. O procedimento baseou-se na realização de ensaios pressiométricos, ensaios de laboratório, análise numérica e inversa. Para identificar um conjunto de parâmetros do modelo a partir do ensaio pressiométrico, aplicando a retroanálise, foi necessária a utilização de duas ferramentas numéricas. A primeira consistiu em empregar o Método dos Elementos Finitos (MEF), por meio do programa Sigma/W e a segunda, aplicar o Algoritmo Genético (AG) com populações iniciais de 10, 20 e 40 indivíduos. Concluiu-se que o algoritmo genético se mostrou eficiente na retroanálise da curva pressiométrica estudada.

**PALAVRAS-CHAVE:** Retroanálise, Ensaios Pressiométricos, Algoritmo Genético.

## 1 INTRODUÇÃO

Os modelos constitutivos têm a função de interpretar e prever o comportamento tensão-deformação-resistência de um determinado material.

Para que um modelo constitutivo possa ser utilizado em um procedimento numérico, é necessário calibrá-lo, ou seja, encontrar parâmetros apropriados que reproduzam a melhor resposta do modelo em relação aos resultados experimentais disponíveis.

Estes parâmetros são geralmente avaliados com base em ensaios de laboratório. No entanto, os valores obtidos podem ser influenciados por inevitáveis perturbações que ocorrem durante a extração do solo no campo e o transporte da amostra para o laboratório. De modo a suprir essas dificuldades, os ensaios de

campo podem ser recomendados como alternativa.

Segundo Heleno (2011), nos ensaios de campo as questões relativas à amostragem e representatividade são quase totalmente resolvidas. No entanto, se tem mais dificuldades para controlar e medir diretamente as grandezas físicas necessárias para calibração dos modelos de comportamento do solo. Estas dificuldades levaram a uma experiência bem sucedida, na qual se procurou identificar os parâmetros que definem o comportamento do solo por meio de análises inversas de ensaios de campo (Baroth e Malecot, 2010).

A retroanálise (ou análise inversa) permite a identificação de parâmetros por meio da formulação de um problema matemático, geralmente de minimização de uma determinada função (função objetivo), cuja solução fornece o

Este artigo apresenta a análise inversa da curva pressão-deslocamento radial obtida de um ensaio pressiométrico, para determinar os parâmetros de um modelo elástico não linear (Duncan e Chang, 1970). A otimização dos parâmetros foi realizada por meio de um algoritmo genético.

## 2.1 Considerações Gerais

## 2.2 Ensaio Pressiométrico

Utilizou-se um pressiômetro de Ménard do tipo GC, fabricado pela empresa francesa APAGEO, seguindo as recomendações das normas ASTM D4719-87 e NF P94-110-91.

Em todos os furos, os ensaios foram realizados a 1,5 m de profundidade (Figura 2).

Com a sonda inserida no furo, aplicavam-se incrementos de pressão de 50 kPa, por um

período de 1 minuto, medindo-se a variação de volume por meio de leituras realizadas no volumímetro do equipamento aos 15, 30 e 60 segundos. Em todos os ensaios aplicaram-se, no mínimo, 10 estágios de pressão.

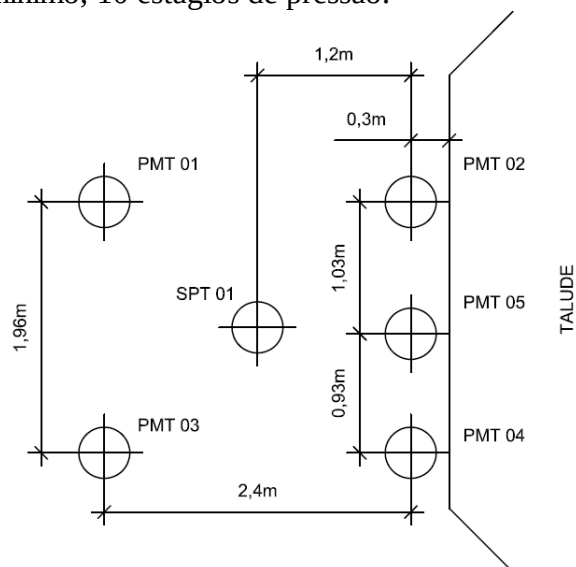


Figura 1. Posicionamento dos furos.

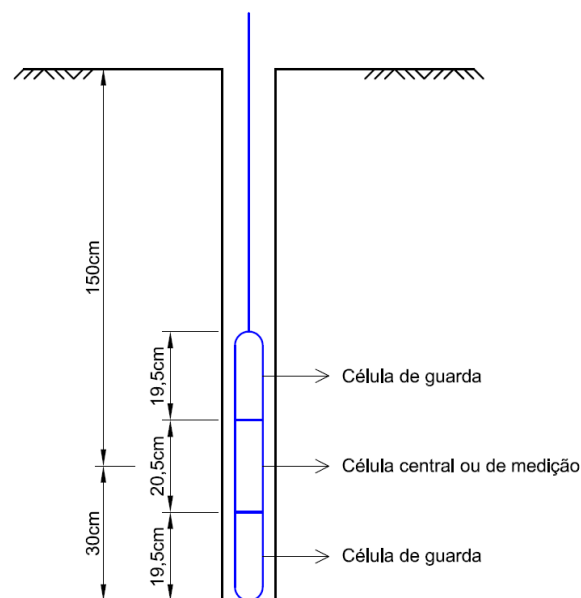


Figura 2. Posição e detalhamento da sonda no furo.

## 2.3 Ensaio de Laboratório

Para realização dos ensaios de laboratório fez-se a coleta de amostra indeformada na profundidade ensaiada por meio da abertura de uma trincheira. Com o solo coletado foram realizados ensaios de caracterização geotécnica, ensaios triaxiais consolidados isotropicamente e

drenados nas condições natural (CIDnat) e saturada (CIDSat), e cisalhamento direto.

A tabela 1 apresenta a granulometria, limites de Atterberg e índices físicos do solo classificado pelo Sistema Unificado de Classificação dos Solos como um silte de alta compressibilidade (CH).

Tabela 1. Caracterização do solo.

| Granulometria                       |           |                                 | Limites de Atterberg |        |        |
|-------------------------------------|-----------|---------------------------------|----------------------|--------|--------|
| Argila (%)                          | Silte (%) | Areia (%)                       | LL (%)               | LP (%) | IP (%) |
| 20                                  | 50        | 30                              | 53                   | 30     | 23     |
| Índices físicos                     |           |                                 |                      |        |        |
| $\gamma_{nat}$ (kN/m <sup>3</sup> ) | w (%)     | $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> ) | $S_r$ (%)            |        |        |
| 15,99                               | 29,20     | 28,74                           | 64,69                |        |        |

## 2.4 Análise Numérica

As análises numéricas foram realizadas utilizando o programa Sigma/W do pacote GeoStudio 2007 desenvolvido pela Geo-Slope International Ltda.

A malha de elementos finitos, representativa do perfil apresentado na Figura 3, consistiu de 15.928 nós e 8.248 elementos quadrilaterais lineares (quatro nós) na região abaixo da cota da base do furo, e elementos quadrilaterais de segundo grau (oito nós), na região acima desta cota.

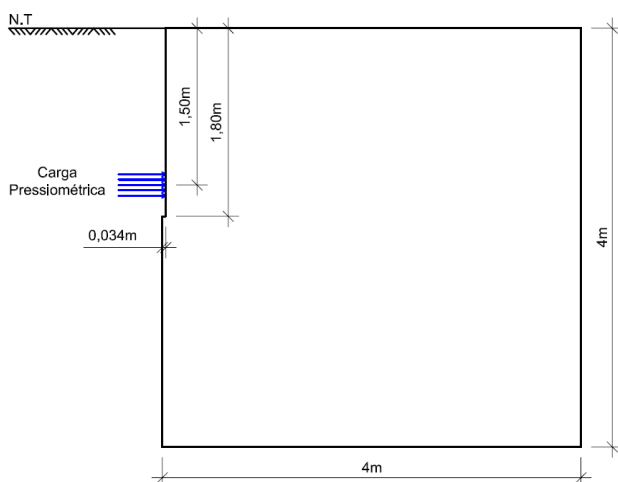


Figura 3. Perfil representativo da área estudada.

Por se tratar de um problema axissimétrico, as curvas pressiométricas dos ensaios foram

representadas pelo deslocamento radial do centro da sonda ao invés do volume injetado, conforme se apresenta na Figura 4. Do conjunto de ensaios, utilizou-se a curva do ensaio PMT01 para ser retroanalisada, dividindo o carregamento final de 385 kPa em 100 incrementos de 3,85 kPa.

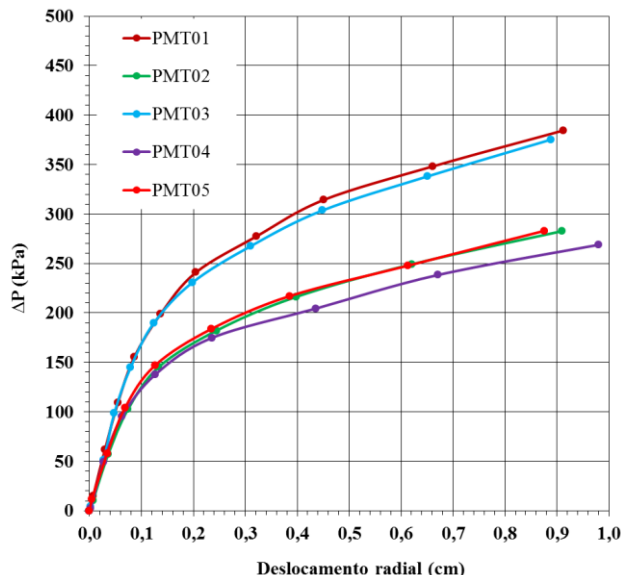


Figura 4. Curvas pressiométricas.

## 2.5 Análise Inversa

O procedimento consiste basicamente em definir a função objetivo e o número de indivíduos para compor as populações genéticas, utilizar operadores genéticos para gerar descendentes, avaliar os indivíduos por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), comparar resultados experimentais e numéricos, e definir um critério de parada para o procedimento.

A função objetivo capaz de medir a diferença entre os resultados experimentais e os calculados pelo MEF foi definida pela seguinte expressão:

$$\text{erro}_\delta = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\delta^{\text{MEF}} - \delta^{\text{Campo}})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\delta^{\text{Campo}})^2}} \quad (1)$$

em que,  $\text{erro}_\delta$  é o erro relativo entre deslocamento de campo ( $\delta^{\text{Campo}}$ ) e o deslocamento fornecido pelo MEF ( $\delta^{\text{MEF}}$ ).

Como não se dispunha de um programa de elementos finitos no qual o algoritmo genético estivesse implementado, limitou-se o espaço de busca para que o procedimento genético não se tornasse extremamente trabalhoso e inviável de ser feito sem automação.

Essa limitação se deu procedendo-se algumas análises preliminares no Sigma/W variando o conjunto de parâmetros ( $E_i$ ,  $c'$ ,  $\phi'$ ,  $R_f$  e  $v$ ) do modelo hiperbólico e com os deslocamentos resultantes calculou-se a função objetivo de modo a obter um indivíduo no qual apresentasse um erro relativo inferior a 15%.

Com as análises prévias chegou-se a um indivíduo preliminar (FO inferior a 15%) e sobre este aplicou-se uma taxa de variação de  $\pm 10\%$  criando assim o intervalo de valores (Tabela 2) para aplicação do procedimento genético.

Tabela 2. Conjunto de parâmetros para aplicação do algoritmo genético.

| Conjunto   | $E_i$<br>(kPa) | $c'$<br>(kPa) | $\phi'$ (°) | $R_f$ | $v$  |
|------------|----------------|---------------|-------------|-------|------|
| Superior   | 9900           | 22            | 28,05       | 1     | 0,28 |
| Preliminar | 9000           | 20            | 25,50       | 0,95  | 0,25 |
| Inferior   | 8100           | 18            | 22,95       | 0,86  | 0,23 |

Foram realizados três procedimentos genéticos, cada um com cinco gerações, utilizando populações iniciais de 10, 20 e 40 indivíduos gerados aleatoriamente a partir dos limites inferior e superior de cada gene.

O conjunto de indivíduos da população inicial foi avaliado pelo MEF, os indivíduos ordenados em relação ao valor da função objetivo e os 5 mais adaptados (menor valor da FO), eram selecionados para compor a população principal.

Os indivíduos selecionados eram levados para dar origem a 1ª geração, tornando-se pais, sendo nestes realizado o cruzamento utilizando o operador *crossover* BLX- $\alpha$  (com  $\alpha$  igual a 0,5) gerando assim a população dos descendentes.

De modo a evitar a estagnação em uma única região do espaço de busca, a população dos descendentes passou por um processo de mutação do tipo uniforme. Para cada gene dos 20 descendentes disparava-se um número aleatório entre 0 e 1, e caso este fosse inferior a taxa de mutação estipulada ( $T_m=0,1$ ) o gene

seria modificado. A modificação se deu por um número aleatório gerado entre os valores dos seus limites inferior e superior.

Após analisar os descendentes, estes foram ordenados, juntamente com os pais, em ordem crescente do erro relativo da função objetivo. Esse conjunto de indivíduos, compostos por 5 pais e 20 filhos formam a população intermediária. Dessa população selecionou-se os 5 indivíduos mais aptos, para comporem a população principal na 2ª geração. O procedimento foi repetido até a 5ª geração seguindo o fluxograma ilustrado na Figura 5.

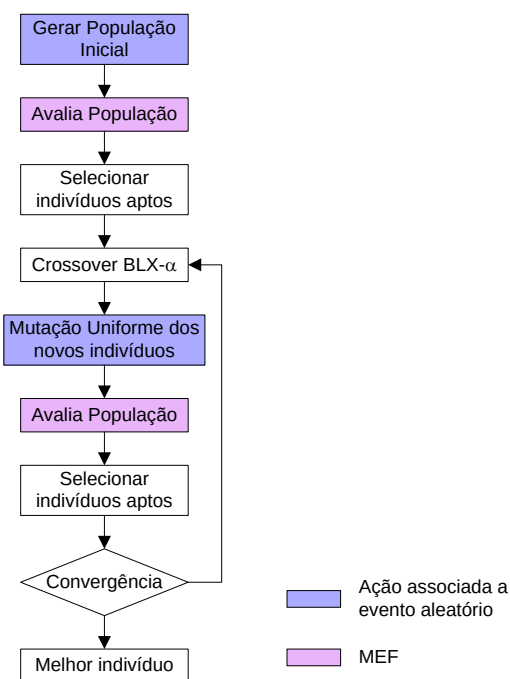


Figura 5. Fluxograma da retroanálise. Fonte: Heleno, 2011.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 2 encontram-se os parâmetros de resistência do solo determinados pelos ensaios triaxial e cisalhamento direto.

Tabela 2. Parâmetros de resistência.

| Ensaio              | Coesão efetiva<br>(kPa) | Ângulo de atrito<br>efetivo (°) |
|---------------------|-------------------------|---------------------------------|
| CID <sub>nat</sub>  | 24,2                    | 31,0                            |
| CID <sub>sat</sub>  | 5,0                     | 32,5                            |
| Cisalhamento Direto | 61,4                    | 30,6                            |

Na Tabela 3 encontram-se os parâmetros do modelo hiperbólico calibrados a partir dos resultados de ensaios de laboratório.

Tabela 3. Parâmetros calibrados pelos ensaios triaxiais.

| Parâmetro      | CID <sub>sat</sub> | CID <sub>nat</sub> |
|----------------|--------------------|--------------------|
| K              | 128,884            | 257,1              |
| n              | 0,494              | 0,6148             |
| K <sub>b</sub> | 14,5               | -                  |
| m              | 0                  | -                  |
| Rf             | 0,998              | 1                  |
| c' (kPa)       | 4,987              | 24,18              |
| φ' (°)         | 32,513             | 31                 |

Nas Figuras 6 e 7 têm-se as comparações entre os resultados experimentais e as curvas reconstituídas com base nos parâmetros obtidos na calibração com o ensaio CID<sub>sat</sub> e CID<sub>nat</sub>.

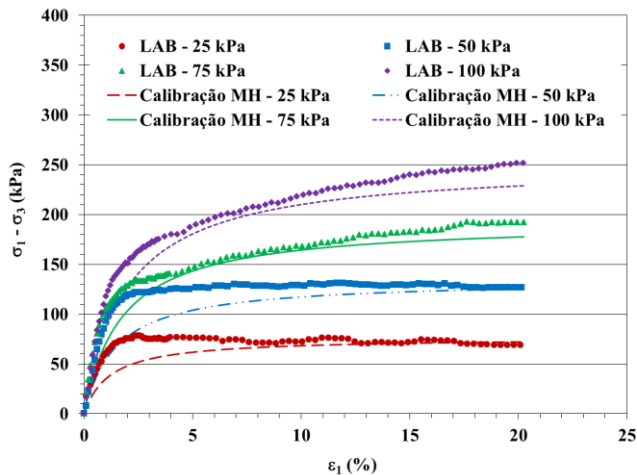


Figura 6. Comparação entre os resultados experimentais (CID<sub>sat</sub>) e fornecidos pelo modelo hiperbólico (MH).

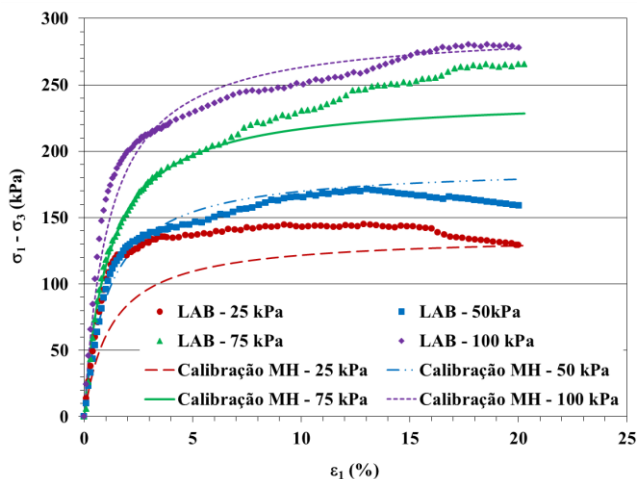


Figura 7. Comparação entre os resultados experimentais (CID<sub>nat</sub>) e fornecidos pelo modelo hiperbólico (MH).

No geral, pode-se notar que o modelo não foi capaz de representar satisfatoriamente as curvas experimentais.

Na Figura 8 apresentam-se plotados os resultados dos valores mínimos da FO para todas as populações iniciais consideradas. Pode-se verificar que até a geração estudada o aumento da população inicial não apresentou uma relação inversa com o valor da FO.

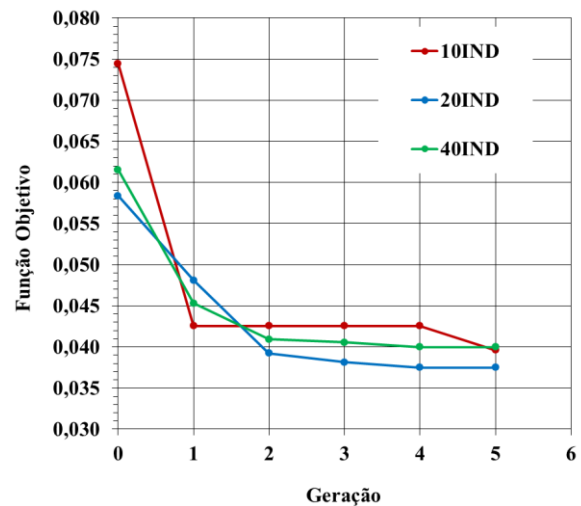


Figura 8. Convergência do algoritmo genético.

Na Figura 9 mostra-se uma comparação entre os pontos obtidos no campo (PMT01), e a curva numérica gerada pelo MEF com o conjunto de parâmetros do modelo hiperbólico do indivíduo de menor valor da FO. Pode-se observar que o modelo representou muito bem o ensaio estudado.

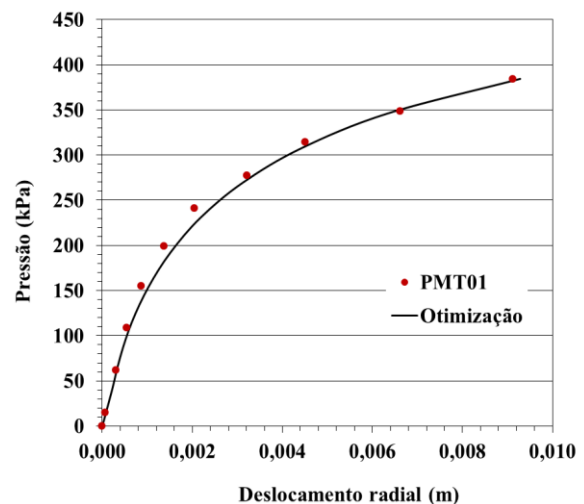


Figura 9. Comparação da curva do ensaio PMT01 com a curva gerada pelos parâmetros otimizados.

Pode-se constatar que a busca por um indivíduo preliminar facilitou e muito a convergência para valores inferiores a 5% com apenas 5 gerações, o que dificilmente teria acontecido caso o ponto de partida apresentasse erros superiores aos pré-estabelecidos (15%).

Na Figura 10 têm-se as curvas obtidas com os parâmetros determinados pelas calibrações com os ensaios triaxiais. Além disso, tomou-se a calibração com o ensaio  $CID_{sat}$  e alteraram-se os parâmetros de resistência pelos valores obtidos nos ensaios  $CID_{nat}$  e cisalhamento direto (CD).

Os resultados foram comparados com a curva otimizada e o ensaio PMT01, analisando também a influência da utilização dos módulos de elasticidade inicial ( $E_i$ ) constante ou variável segundo a formulação proposta por Janbu (1963).

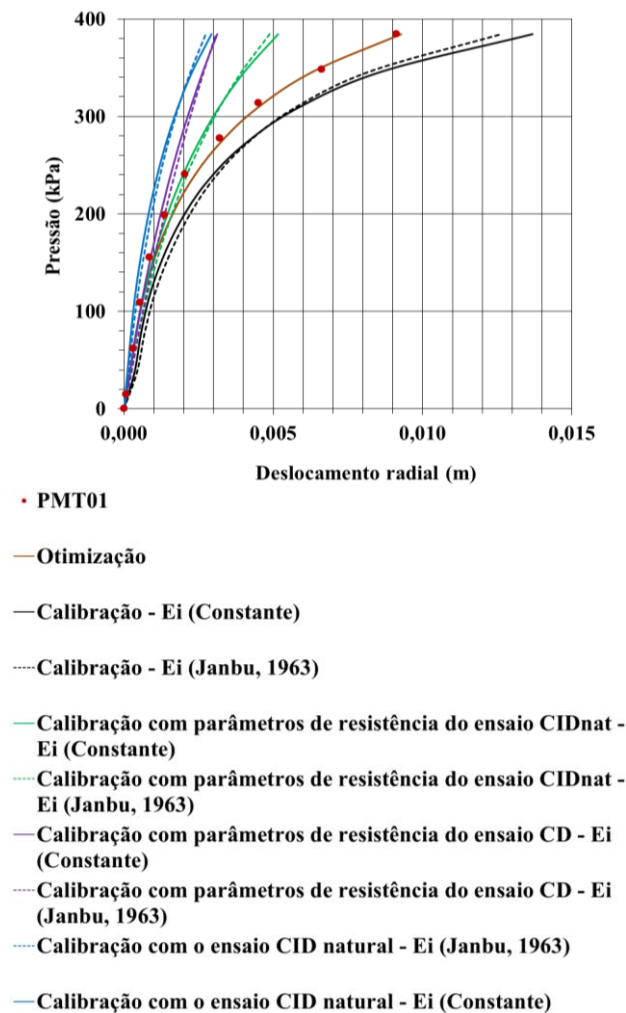


Figura 10. Comparação entre a curva experimental e modelo calibrado com os ensaios de resistência.

Pode-se observar que a curva otimizada encontra-se, no geral, entre a calibração com o  $CID_{sat}$  e a calibração utilizando o ensaio  $CID_{nat}$ .

A diferença entre as curvas utilizando os parâmetros de resistência na condição natural e saturada consiste basicamente na influência da coesão, uma vez que o aumento deste parâmetro leva a obtenção de maiores valores de módulo de elasticidade tangente; obtendo assim menores deslocamentos.

Quanto às comparações das curvas utilizando o módulo de elasticidade inicial constante ou variável, percebeu-se que em média o erro entre elas foi de 6%. Quando comparadas com o ensaio PMT01 verificou-se que considerar ou não a variação de  $E_i$  leva a um erro de apenas 1%.

Na Tabela 5 têm-se um resumo dos parâmetros obtidos com as calibrações utilizando os ensaios triaxiais e a otimização.

Tabela 5. Parâmetros calibrados do modelo hiperbólico.

| Parâmetro   |     | $CID_{sat}$ | $CID_{nat}$ | Otimização |
|-------------|-----|-------------|-------------|------------|
| $E_i$ (kPa) | Máx | 12135,11    | 23514,03    | 8650,66    |
|             | Mín | 6268,81     | 10177,36    |            |
| $c'$ (kPa)  |     | 4,99        | 24,18       | 18,18      |
| $\phi'$ (°) |     | 32,51       | 31          | 24,51      |
| $R_f$       |     | 0,99        | 1           | 0,90       |
| $v$         |     | 0,25        | 0,25        | 0,28       |

Pode-se observar que a determinação de uma faixa de valores para início do procedimento genético poderia ter sido muito bem definida considerando os valores máximos e mínimos obtidos para o  $E_i$  e  $c'$ , pela aplicação de uma taxa de variação de  $\pm 10\%$  nos parâmetros  $R_f$  e  $v$  (menores valores obtidos) e pela consideração de uma faixa de variação típica para  $\phi'$  (20 a 45°, por exemplo).

Com o conjunto de parâmetros otimizados gerou-se no Sigma/W as isocurvas de deslocamentos e as isóbaras de tensões horizontais e verticais, correspondentes ao último estágio de aplicação da carga pressiométrica na região detalhada na Figura 11.

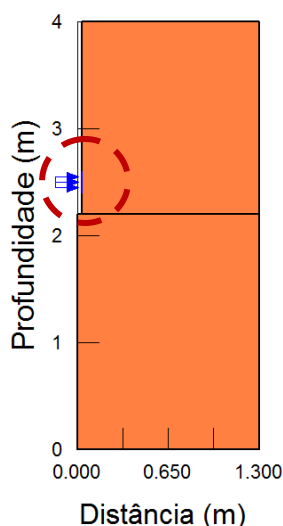


Figura 11. Região estudada no Sigma/W.

Nas isocurvas de deslocamento horizontal (Figura 12), verifica-se que o deslocamento máximo ocorre ao longo de aproximadamente toda a superfície de aplicação da carga e que a partir de 7 cm de distância os deslocamentos horizontais se tornam praticamente nulos.

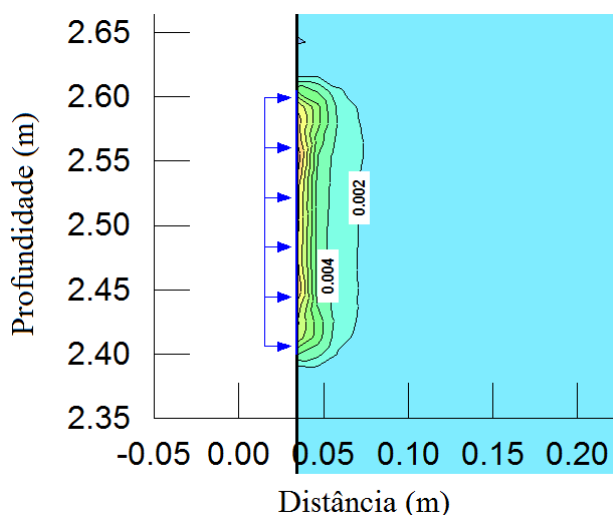


Figura 12. Deslocamentos horizontais – valores em metros.

Nas isocurvas de deslocamentos verticais (Figura 13) observa-se que os deslocamentos máximos se concentram nas extremidades da área de aplicação da carga pressiométrica. Estes deslocamentos foram positivos (para baixo) na parte inferior e negativos (para cima) na parte superior, o que era de se esperar, uma vez que o pressiómetro funciona como uma sapata flexível.

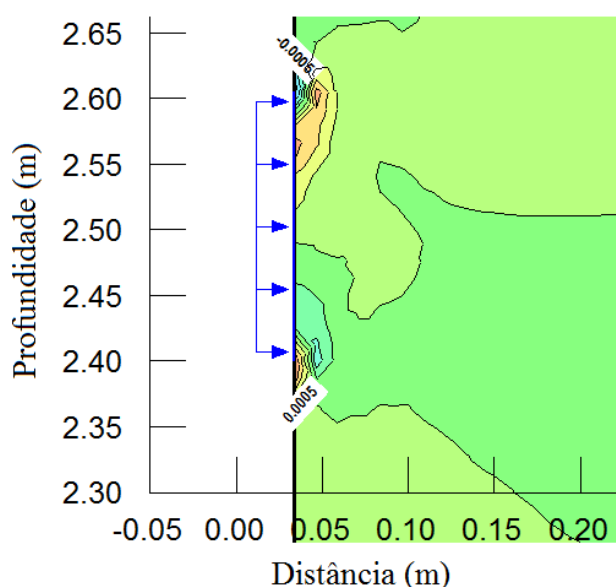


Figura 13. Deslocamento vertical – valores em metros.

Na Figura 14 nota-se que a tensão horizontal é cerca de 10% da tensão aplicada a uma distância de aproximadamente 12 cm. Nos bulbos de tensão, habitualmente encontrados na literatura (Poulos e Davis, 1974) e obtidos com elasticidade linear, isso só ocorre a uma distância correspondente a cerca de duas vezes a altura da célula central. Esta diferença talvez possa ser atribuída ao fato de se ter um problema axisimétrico e não de deformação plana.

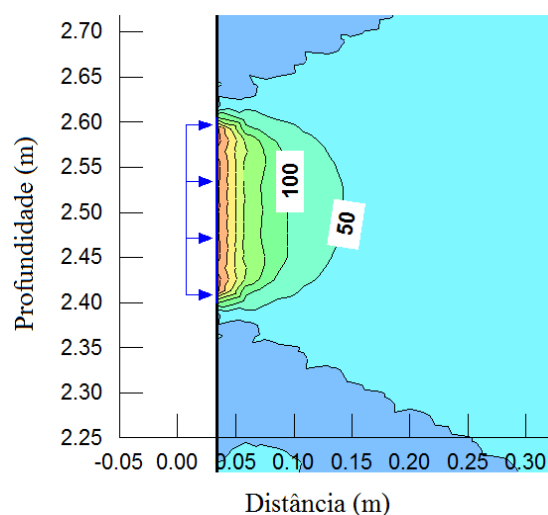


Figura 14. Tensões horizontais – valores em kPa.

Na Figura 15 têm-se as isóbaras de tensões verticais, podendo-se observar uma concentração de tensões verticais nas



extremidades da área de aplicação da carga pressiométrica, coincidentes com os máximos valores de deformações observados na Figura 13, como se esperava.

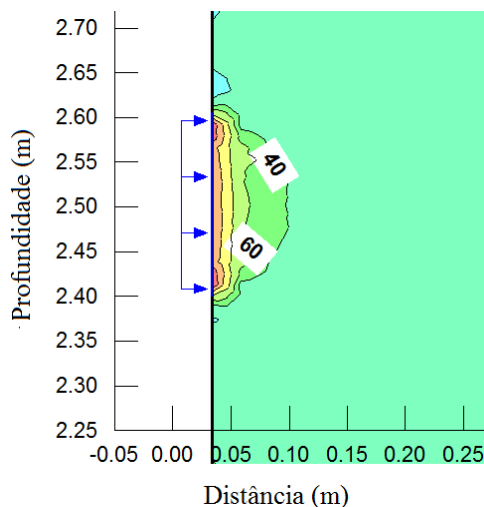


Figura 15. Tensões verticais – valores em kPa.

#### 4 CONCLUSÕES

A análise realizada com os parâmetros do modelo hiperbólico, obtidos a partir da calibração feita com base nos ensaios de laboratório, não apresentou bons resultados quando comparados com os resultados de campo.

A busca por um conjunto de parâmetros preliminares contribuiu para convergência do problema, uma vez que com apenas 5 gerações foi possível obter um erro da FO de apenas 3,75%. Pode-se observar que a diferença entre os melhores indivíduos obtidos nos procedimentos com populações iniciais variáveis foi de apenas 0,25%. Assim pode-se concluir que uma nítida correlação entre o tamanho da população e o valor da FO só será possível de ser obtida após um número considerável de gerações; que foi inviável de ser feito neste trabalho.

Pode-se mostrar que os pontos experimentais do ensaio PMT01 se encontram exatamente entre a calibração tradicional ( $CID_{sat}$ ) e as curvas calibradas seja pelo ensaio triaxial  $CID_{nat}$  ou pela calibração tradicional ( $CID_{sat}$ ) com os parâmetros do ensaio de cisalhamento direto (CD). Assim, com a realização de um ensaio

triaxial  $CID_{sat}$  e um triaxial  $CID_{nat}$  ou cisalhamento direto natural pode-se obter um espaço de busca promissor.

Na análise numérica do ensaio pressiométrico realizada com os parâmetros otimizados do modelo hiperbólico observou-se que as isóbaras de tensão horizontal foram menos profundas do que o que normalmente se encontra na literatura, possivelmente porque a análise realizada foi axisimétrica.

#### AGRADECIMENTOS

À CAPES pela bolsa de mestrado concedida ao primeiro autor e à Universidade Federal de Viçosa pela estrutura oferecida para a realização dos trabalhos.

#### REFERÊNCIAS

- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. (1987). D4719: Standard Test Method for Prebored Pressuremeter Testing in Soils. West Conshohocken, Pennsylvania. 14 p.
- ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION. (1991). NF P 94-110: Sols: reconnaissance et essais. Essai pressiométrique Ménard. 32 p.
- Baroth, J.; Malecot, Y. (2010). Probabilistic analysis of the inverse analysis of an excavation problem. *Computers and Geotechnics*, v. 37, n. 3, p. 391-398.
- Duncan, J. M.; Chang, Y. C. (1970) Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the soil mechanics and foundations division*. v. 96, n. 5, p. 1629-1653.
- Heleno, A. F. (2011) *Análise inversa da prova-de-carga em uma sapata rígida utilizando o método dos elementos finitos*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 100 p.
- Janbu, N. (1963) Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial test. In: *Proceedings of the Third European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Wiesbaden, Germany, p. 19-25.
- Ledesma, A.; Gens, A.; Alonso, E. (1996). Estimation of parameters in geotechnical backanalysis - I. maximum likelihood approach. *Computers and Geotechnics*, vol. 18, n. 1, p. 1-27.
- Poulos, H.G., Davis, E.H. (1974) *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*, John Wiley & Sons, New York. 411 p.