

Análise Numérica de Radier Estaqueado Composto por Estacas Parcialmente Embutidas em Rocha.

Jean Rodrigo Garcia
Unicamp, Campinas, Brasil, eng.garcia@gmail.com

Paulo José Rocha de Albuquerque
Unicamp, Campinas, Brasil, pjra@fec.unicamp.br

Osvaldo de Freitas Neto
UFRN, Natal, Brasil, osvaldocivil@yahoo.com.br

Rodrigo Álvares de Araújo Melo
Unicamp, Campinas, Brasil, rodrigo.melo@mendesjunior.com.br

RESUMO: A estimativa do recalque em fundações estaqueadas, grupo de estacas e radiers estaqueados pode ser obtida por vários métodos existentes na literatura geotécnica. Uma técnica comumente para previsão de recalques em grupo de fundações é o método do pilar equivalente, entretanto, como não considera a influência do contato do bloco com o solo, sua aplicação em radier estaqueados seria inadequada, de modo que dentre as técnicas mais comuns para previsão de recalques em radiers estaqueados, pode-se citar o método do radier equivalente. Trata-se de uma abordagem amplamente discutida na literatura técnica. Na maioria das formações naturais do solo e da rocha o módulo aumenta com a profundidade de tal forma que os cálculos para as condições baseadas em um módulo constante resultam em recalques superestimados. Desta forma verifica-se a necessidade de melhor analisar as situações em que as estacas se encontram embutidas parcialmente em rocha ou solo muito resistente. Nas análises simulações do radier estaqueado deste trabalho, realizaram-se análises a partir de modelagem numérica por elementos finitos tridimensionais por meio do software LCPC-Cesar® versão 5.0. Esta ferramenta numérica permite levar em consideração, não só o comportamento elasto-plástico do solo, como também permite simular a magnitude e a quantidade de estágios dos carregamentos realizados, além de permitir a simulação do processo de descarregamento. Desta forma, é possível realizar comparações e análises entre os resultados obtidos pelas simulações numéricas nos casos analisados. Os resultados demonstram que as fundações em radier estaqueado tendem a uniformizar os recalques, podendo assim minimizar problemas com recalque diferencial em estruturas. A espessura da laje do radier estaqueado exerce influência na distribuição de carga nas estacas sob o radier, quando este é apoiado somente em solo. O embutimento das estacas do radier em rocha permitiu que a distribuição de carga no topo das estacas apresentasse o mesmo comportamento entre outras estacas do radier, independente da espessura da laje do radier.

PALAVRAS-CHAVE: Radier Estaqueado; Análise Numérica; Estacas; Embutimento Em Rocha.

1 INTRODUÇÃO

O efeito do embutimento de estacas em rocha implica nos critérios de projeto e no respectivo dimensionamento geotécnico e estrutural do elemento de fundação. Várias são as

condicionantes que devem ser levadas em consideração no cálculo, conforme prescreve a norma brasileira NBR 6122/2010. Quando há presença de rocha, deve-se ter os parâmetros de resistência dessa rocha (RQD) e do modelo de distribuição de carga dos trechos em solo e

rocha. Consequentemente a resistência estrutural da estaca passa a exercer maior influência no comportamento desta fundação.

Segundo Tomlinson (1986) e Sağlam (2003), a profundidade que o radier estaqueado equivalente situa-se depende da natureza do perfil do solo, e varia de $2/3 L$ para grupos de estacas flutuantes e de L para grupos de estacas de ponta, em que L é o comprimento da estaca. Supõe-se que a pressão vertical é distribuída na proporção 2V: 1H. Se as estacas que suportam a carga apoiarem em rocha ou em camada muito dura, espessa o suficiente, a análise de recalque não é necessária. A transferência de carga por atrito lateral, a partir da estaca para o solo circundante, é realizada considerando-se que a carga é distribuída a partir do fuste das estacas por atrito lateral com proporção de 1H:4V.

As Figuras 1 e 2 apresentam a forma de distribuição das tensões para um grupo de estacas para duas condições diferentes características de subsolo.

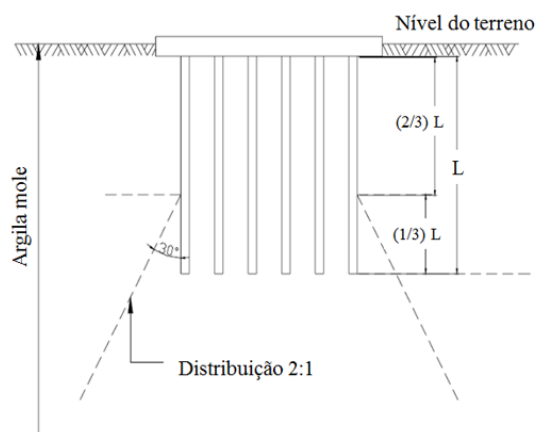


Figura 1. Solução de um grupo de estacas (SAĞLAM, 2003).

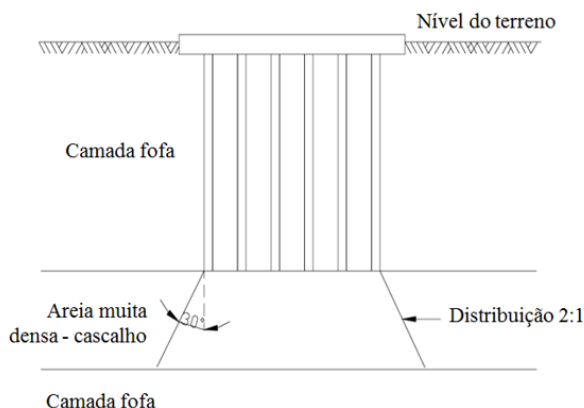


Figura 2. Solução de um grupo de estacas (SAĞLAM, 2003).

Tomlinson (1986) apresenta as premissas de funcionamento em três propostas: a) estacas suportadas predominantemente por atrito lateral. b) estacas cravadas através de argila mole, combinando atrito lateral e resistência de ponta pelo apoio no estrato de solo granular denso c) estacas suportadas na base da extremidade em estrato rochoso. Os elementos de fundação quando embutidos em rocha, conduzem os carregamentos diretamente à região ancorada na rocha, conforme constatado por Garcia *et al.* (2013) e Mussara (2014).

2 FUNDAÇÕES EMBUTIDAS EM ROCHA

2.1 Estacas Embutidas Em Rocha

De acordo com Rocha (1977), a resistência uniaxial e a coesão são as características mais apropriadas para estabelecer a fronteira entre solos e rochas. Segundo este mesmo autor, o ângulo de atrito mostra-se um parâmetro pouco eficiente da distinção destes materiais, uma vez que existe uma faixa sobreposta entre valores mais elevados para os solos com os valores mais baixos para as rochas.

O limite inferior de resistência, estabelecido por uma determinada classificação não elimina a dificuldade em determinar uma fronteira nítida entre as rochas muito brandas e os solos coesivos, muito duros ou rijos, pois os materiais que se situam neste domínio de transição podem comportar-se como solos ou rochas, dependendo fundamentalmente das condições em que são aplicadas as tensões (HENCHER, 1993).

Para prever a resistência lateral de uma estaca embutida em rocha, é necessário que o modelo constitutivo de ruptura incorpore em suas análises a acoplagem entre o atrito lateral e os modelos normais de deslocamentos (PEASE e KULHAWY, 1984; SEIDEL e HABERFIELD, 1995) e permita descrever o comportamento da resistência lateral para carregamentos iniciais até a completa mobilização, atingindo a ruptura. Os modelos requerem acurácia numérica dos parâmetros que não são avaliados na prática cotidiana da engenharia. É comum utilizar-se de parâmetros

como: coesão (c), ângulo de atrito (ϕ) e de resistência à compressão uniaxial (q_u) de rochas, obtidos a partir equação 1 e da tabela 1 (HORVATH et al., 1980; WILLIAMS e PELLIS, 1981; AMIR, 1986; ROWE e ARMITAGE, 1987; KULHAWY e PHOON, 1993).

$$q_{ult} = q_u = 2 \cdot c \cdot \tan(45^\circ + \phi/2) \quad (1)$$

Os parâmetros de tensão-deformação (E_i), para rochas foram obtidos a partir das correlações apresentadas por Hoek et al (2002) e da resistência à compressão uniaxial (q_u).

Tabela 1. Redução de parâmetros de força para a massa de rocha (KULHAWY e GOODMAN, 1987).

Propriedade da rocha			
RQD (%)	Tensão resistente uniaxial	Coesão (c)	Ângulo de atrito (ϕ)
0 – 70	$0,33 \cdot q_u$	$0,10 \cdot q_u$	30°
70 – 100	$(0,33-0,80) \cdot q_u$	$0,10 \cdot q_u$	$30^\circ - 60^\circ$

Segundo Mussara (2014), há pouca informação ou muita indefinição acerca da temática do embutimento de estacas em rocha, inclusive, Terzaghi (1942) já havia pesquisado sobre o tema. Este mesmo autor ressalta que alguns trabalhos transformaram a engenharia de fundações embutidas em rochas, como o de Hobbs (1974), Rosenberg e Journeaux (1976), Horvath e Kenney (1979), Williams (1980), Pells et. al. (1980), Rowe e Armitage (1987) e Carter e Kulhawy (1988). Relata ainda que apesar dos avanços tecnológicos em equipamentos de escavação e investigação do subsolo, alguns itens continuam um tanto quanto problemáticos para os projetistas e construtores que optem por estacas embutidas em rocha. Segundo Gannon *et. al.* (1999), alguns pontos fundamentais ainda têm deficiência, por exemplo:

- ✓ O controle e o estudo das formações geológicas ainda não têm a atenção necessária;
- ✓ A investigação é mais onerosa quando se utiliza ensaios mais sofisticados de campo e laboratório;
- ✓ O comportamento ainda não é, de fato,

totalmente entendido;

- ✓ As propriedades podem ser substancialmente modificadas pelo método de execução das estacas.

2.1.1 Radier Estaqueado

Segundo Sales (2000), os termos “sapata estaqueada” e “radier estaqueado”, surgiram para especificar o sistema de fundação que envolve a associação de um elemento de fundação superficial (radier ou sapata), com uma estaca ou grupo de estacas, sendo ambos responsáveis pelo desempenho da fundação, tanto em termos de capacidade de carga quanto dos recalques.

Os parâmetros que influenciam no comportamento do radier estaqueado, relacionados à capacidade de carga e susceptibilidade a recalques estão relacionados não a sua geometria (radier e estacas), como também estão relacionadas ao maciço no qual as estacas do radier estão inseridas.

Tomlinson (1986) apresenta as premissas de funcionamento em três propostas: a) estacas suportadas predominantemente por atrito lateral. b) estacas cravadas através de argila mole, combinando atrito lateral e resistência de ponta pelo apoio no estrato de solo granular denso c) estacas suportadas na base da extremidade em estrato rochoso.

Tomlinson (1986) apresenta um método de cálculo para radier equivalente, conforme apresentado na equação 1:

$$W = \frac{\mu_i \cdot \mu_0 \cdot q \cdot B}{E_s} \quad (1)$$

Em que: μ_i e μ_0 são coeficientes tabelados ou obtidos por ábacos; B é a largura do radier e E_s é o módulo de deformabilidade do solo.

O coeficiente de Poisson é assumido como sendo igual a 0,5. Os fatores μ_i e μ_0 , que estão relacionados com a geometria do radier equivalente, a espessura da camada de solo compressível e a relação comprimento / largura da fundação radier equivalente são apresentados por Christian e Carrier (1978). No entanto, na maioria das formações naturais do solo e da

rocha o módulo aumenta com a profundidade de tal forma que os cálculos para as condições baseadas em um módulo constante resultam em superestimativa do recalque. Sendo assim, é possível verificar que há a necessidade de melhor analisar as situações em que as fundações profundas em estacas se encontram embutidas parcialmente em rocha ou solo muito resistente.

3 MODELAGEM NUMÉRICA

A modelagem numérica realizada neste trabalho foi feita a partir de $\frac{1}{4}$ do problema em questão devido à simetria ao longo do eixo das estacas e do radier, resultando em um bloco retangular de seção 20 m x 20 m e com profundidade em função do comprimento embutido em rocha (Figura 3). Essas dimensões foram atribuídas em função de testes realizados para garantir que as condições de contorno conferidas nas extremidades dos problemas, pudessem ser consideradas como indeslocáveis ou que possuísem deslocamentos muito baixos e, conseqüentemente, não poderiam exercer influência no resultado das análises. Utilizou-se um modelo elásto-plástico que varia em função das tensões aplicadas, obedecendo a um comportamento tensão vs deformação não linear. A malha de elementos finitos foi composta por elementos de formato triangular de interpolação quadrática, os quais foram extrudados a cada metro em profundidade.

As propriedades atribuídas às diferentes camadas de solo e rocha seguiram o critério de Mohr-Coulomb, ou seja, são inseridos os valores de peso específico (γ), coesão (c), ângulo de atrito (ϕ), módulo de deformação (E) e coeficiente de Poisson (ν). Para os materiais de comportamento frágil (Modelo Parabólico), no caso o concreto, foram atribuídos valores de resistência à compressão (Rc), tração (Rt), peso específico, módulo de deformação e coeficiente de Poisson. Utilizou-se o software CESAR v.5 da Ittech-soft nas análises numéricas aqui apresentadas.

Os parâmetros empregados nas análises numéricas para o solo e rocha são apresentados na Tabela 2. Trata-se de parâmetros médios adotados para fins de uma avaliação qualitativa,

e não com o objetivo de analisar um solo específico. Na Tabela 3, apresentam-se os parâmetros utilizados para representar o concreto armado do radier e estacas.

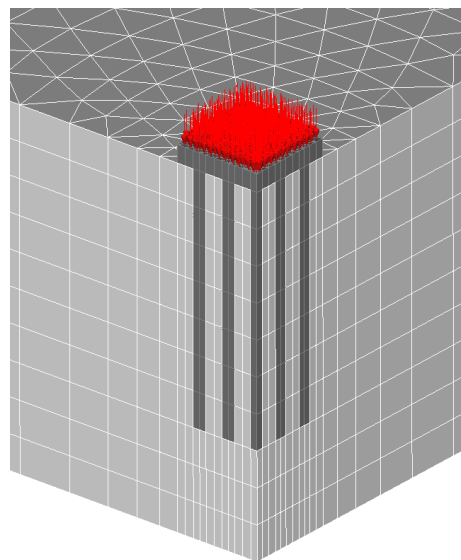


Figura 3. Modelo de análise com carregamento aplicado

Tabela 2. Parâmetros de resistência e deformabilidade do solo e rocha.

Material	E	γ	c'	ϕ'	ν
Solo	16	16	20	25	0,3
Rocha	100	20	50	50	0,2

γ : kN/m³; E: MPa; c': kPa; ϕ' : °.

Tabela 3. Parâmetros de resistência e deformabilidade do concreto.

Material	E	γ	Rc	Rt	ν
Concreto	25.000	25	25	2,5	0,2

γ : kN/m³; E: MPa; Rc: MPa; Rt: MPa.

4 METODOLOGIA

Foram analisados radeiros estaqueados compostos por 25 estacas ($\phi=30$ cm e L=7m) apoiados em solo com espessuras do radier variando de 0,5 m, 1 m e 2 m. O subsolo foi simulado em duas situações, com estacas somente em solo e embutidas parcialmente de 3 m em rocha, ou seja, a partir de 4 m de profundidade até a última camada do maciço em rocha. O radier estaqueado foi submetido a carregamento uniformemente distribuído de 100 kPa, simulando um reservatório d'água sobre uma superfície, conforme ilustrado na Figura 3.

A variação da espessura do radier permitiu avaliar a influência da sua rigidez e das estacas

quando apoiados diretamente no solo e em situação em que as estacas sob o radier estejam parcialmente embutidas em rocha. Na Figura 4, verificam-se as dimensões do radier estaqueado, disposição das estacas, espaçamento, espessuras radier e diâmetro das estacas.

As linhas A e B, representadas no radier em planta da Figura 4, identificam a sequência das estacas analisadas em termos de deslocamento vertical (recalque) e compressão nas direções paralela e diagonal, respectivamente.

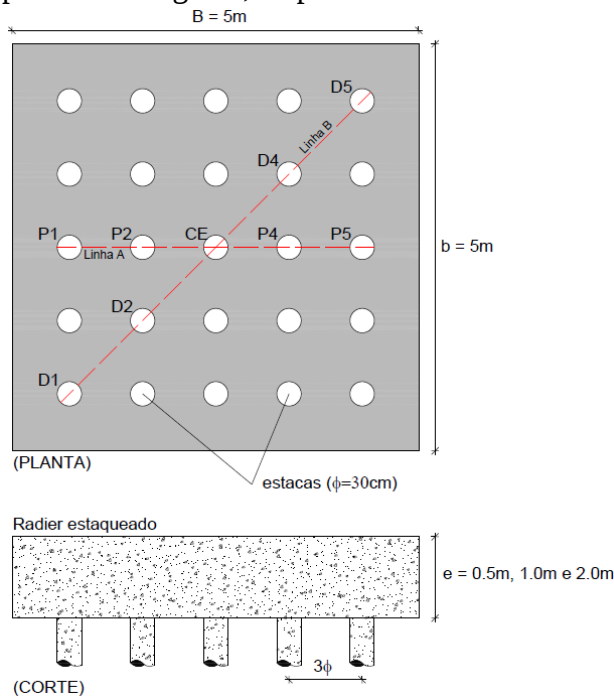


Figura 4. Características geométricas do radier estaqueado.

5 RESULTADOS

Nas Figuras 5a e 5b é possível observar o modelo de resultado apresentado pelo software após o processamento, em termos de deslocamento e tensão, respectivamente.

Ao final das análises numéricas foram delimitados os pontos de interesse, no caso o eixo das estacas do topo até a ponta para determinação dos recalques e transferência de carga.

A partir da compilação dos resultados, verificou-se que para a situação do radier estaqueado apoiado somente em solo, as forças atuantes na linha A (paralela) varia de acordo com a rigidez do radier. Para espessura da laje do radier (e) igual a 0,5m, a estaca central (CE) foi a mais carregada, seguida das estacas P1 e

P5 na borda do radier. As estacas P2 e P4 receberam cargas intermediárias entre aquelas observadas nas estacas central e de borda, evidenciando um comportamento variável ao longo da linha A, conforme observado na Figura 6. Nesta figura, verifica-se que, para as análises de radiers estaqueados com espessura maior ($e=1m$ e $2m$), ou seja, mais rígidos, as estacas P1 e P5 situadas na borda do radier absorveram cargas mais elevadas em relação as estacas P2 e P4 (intermediárias) e estaca central (CE) que foi a menos carregada.

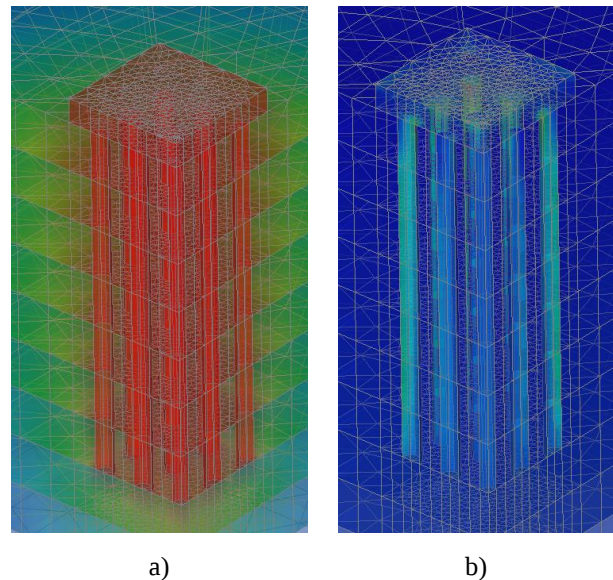


Figura 5. a) deslocamento vertical e b) compressão uniaxial.

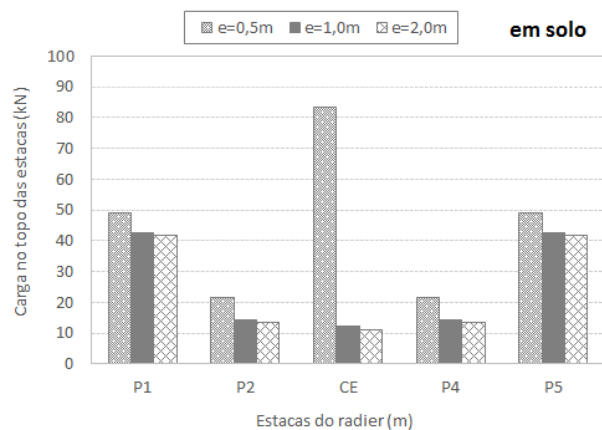


Figura 6. Distribuição de carga no topo das estacas inseridas em subsolo sem rocha (linha A).

Assim como observado na linha A (paralela), as forças atuantes na linha B (diagonal) variam de acordo com a rigidez do radier. Para espessura da laje do radier (e) igual a 0,5m, a estaca central (CE) foi a mais carregada, seguida das estacas intermediárias D2 e D4. As

estacas na borda do radier, D1 e D5, receberam cargas mais baixas entre àquelas observadas na estaca central e intermediárias, evidenciando um comportamento diferente daquele observado na Linha A, conforme mostram as Figuras 6 e 7. Na Figura 7, verifica-se que o comportamento das cargas no topo das estacas para o radier de menor espessura ($e=0,5\text{m}$) é oposto aos resultados das análises de raders estaqueados com espessura maior ($e=1\text{m}$ e 2m), ou seja, mais rígidos. As estacas D1 e D5 situadas na borda do radier absorveram cargas mais elevadas em relação as estacas D2 e D4 (intermediárias) e estaca central (CE) que foi a menos carregada. Constatou-se que as estacas de canto (D5) são 100% mais carregadas em relação as estacas da borda (P5).

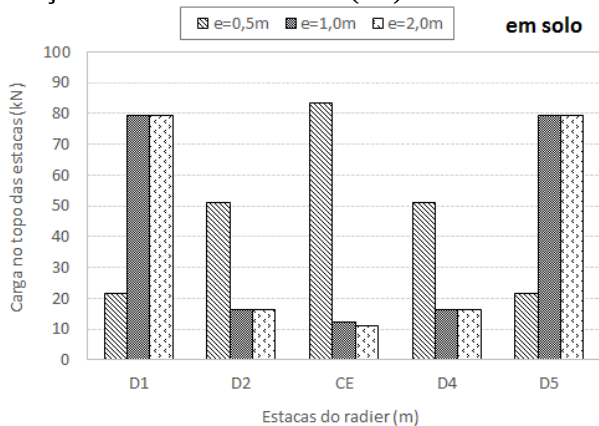


Figura 7. Distribuição de carga no topo das estacas inseridas em subsolo sem rocha (linha B).

Os recalques observados para todos os raders estaqueados apoiados em solo, com diferentes espessuras da laje ($e=0,5\text{m}$, 1m e 2m) e carregamento de 100 kPa resultaram em média a 7 mm , conforme mostra a Figura 8. Não foram observadas mudanças de comportamento entre as estacas de centro e borda do radier nas linhas A (paralela) e B (Diagonal), conforme Figuras 8 e 9.

Nas situações analisadas com 3 m da ponta da estaca embutida em rocha, verifica-se a partir das Figuras 10 e 11, que a distribuição de carga tem mesmo comportamento entre diferentes espessuras da laje do radier estaqueado. Nota-se que o efeito do embutimento em rocha propiciou maior concentração de carga e aumento do valor máximo observado de 80 kN (somente solo) para aproximadamente 90 kN (embutido 3m em rocha), inclusive nas estacas centrais e

intermediárias.

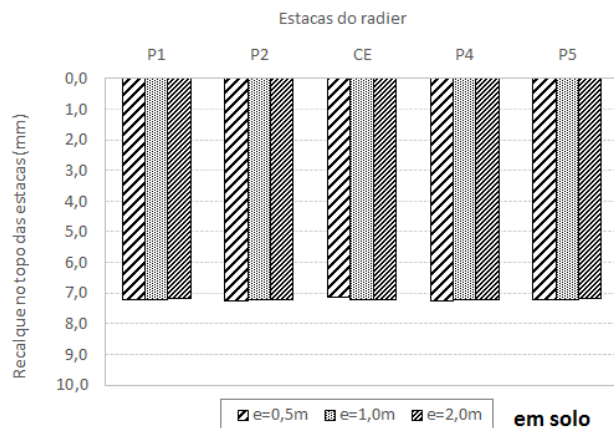


Figura 8. Distribuição do recalque no topo das estacas inseridas em subsolo sem rocha (linha A).



Figura 9. Distribuição do recalque no topo das estacas inseridas em subsolo sem rocha (linha B).

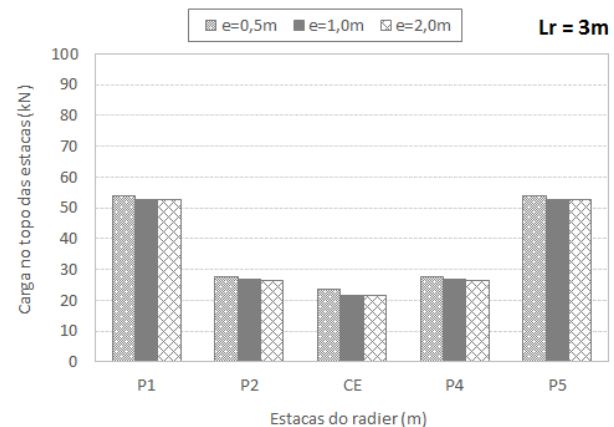


Figura 10. Distribuição de carga no topo das estacas com pontas embutidas 3m em rocha (linha A).

Assim como observado na linha A (paralela), as forças atuantes na linha B (diagonal) evidenciaram o mesmo comportamento na distribuição de cargas nas estacas, entretanto, com intensidades diferentes. Para qualquer espessura da laje do radier (e) as estacas na borda do radier, P1-D1 e P5-D5, receberam cargas mais elevadas entre àquelas

observadas na estaca central e intermediárias, conforme mostram as Figuras 10 e 11. Nestas, verificam-se que mesmo o comportamento da distribuição de cargas no topo das estacas possuir a mesma tendência, as magnitudes variam, registrando que as estacas de canto são 80% mais carregadas em relação as estacas da borda. Entretanto, as estacas centrais e intermediária apresentam pequena variação.

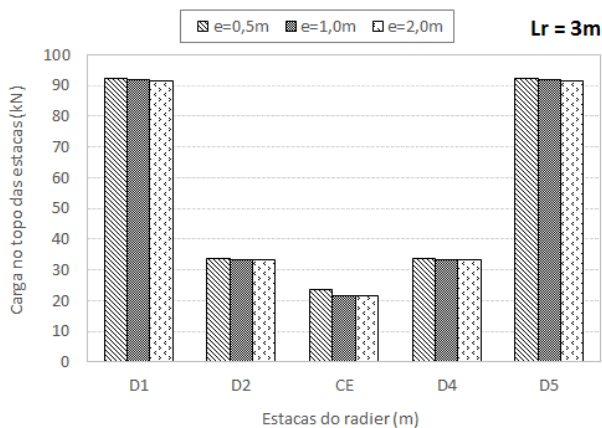


Figura 11. Distribuição de carga no topo das estacas com pontas embutidas 3m em rocha (linha B).

Os recalques observados para todos os raders estaqueados com estacas embutidas em rocha, com diferentes espessuras da laje ($e=0,5\text{m}$, 1m e 2m) e carregamento de 100 kPa resultaram em média $1,6\text{ mm}$, conforme mostram as Figuras 12 e 13. Avaliando estas figuras, constata-se que não foram observadas mudanças de comportamento do recalque entre as estacas de centro e borda do radier nas linhas A (paralela) e B (Diagonal). Entretanto, o embutimento em rocha reduziu os recalques absolutos.

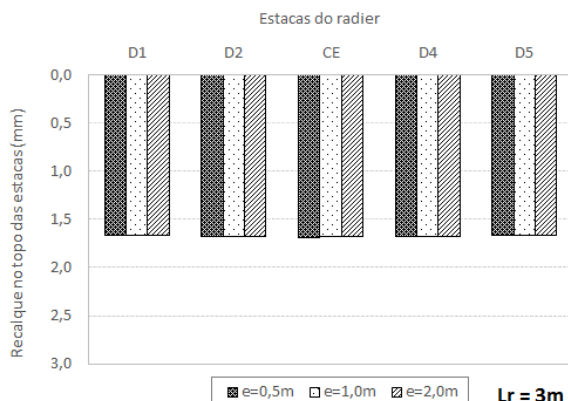


Figura 12. Distribuição de recalque no topo das estacas com pontas embutidas 3m em rocha (linha A).

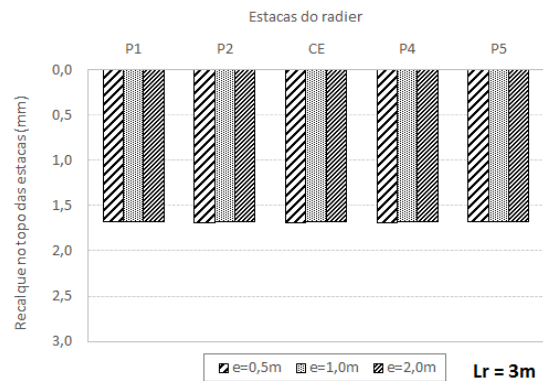


Figura 13. Distribuição de recalque no topo das estacas com pontas embutidas 3m em rocha (linha B).

6 CONCLUSÃO

A partir das análises efetuadas é possível elencar algumas conclusões:

- As fundações em radier estaqueado tendem a uniformizar os recalques, podendo assim minimizar problemas com recalque diferencial em estruturas;
- A espessura da laje do radier estaqueado exerce influência na distribuição de carga nas estacas sob o radier, quando este é apoiado somente em solo. Para pequenas espessuras da laje do radier a distribuição de cargas no topo das estacas tende a ser variável sobrecarregando preferencialmente as estacas situadas na região central do radier. Para espessuras maiores (1m e 2m) a carga no topo das estacas tendem a ser maior naquelas situadas na região periférica do radier (borda e canto);
- O embutimento das estacas do radier em rocha permitiu que a distribuição de carga no topo das estacas apresentasse o mesmo comportamento independente da espessura da laje do radier;
- O embutimento da ponta das estacas em rocha (3m) resultou em aumento da carga no topo das estacas, notadamente naquelas do canto (D1 e D5) e borda (P1 e P5).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP pelo apoio concedido para aquisição do software LCPC-Cesar da Itech Software, utilizado nas análises deste artigo.

REFERÊNCIAS

- Amir, J. M. (1986). *Piling in Rock*, Balkema, Rotterdam. 112p.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto e Execução de Fundações. NBR 6122/2010.
- Carter, J., & Kulhawy, F. (1988). Analysis and design of drilled shaft foundations socketed into rock. Report EL-5918. Palo Alto: Electric Power Research Institute.
- Christian, J. T. e Carrier, W. D. (1978) Janbu, Bjerrum and Kjaernsli's chart reinterpreted, Canadian Geotechnical Journal 15(1): 123, 436.
- Gannon, J., Masterton, G., Wallace, W., & Wood, D. (1999). *Piled foundations in weak rock*. London: Ciria.
- Garcia, J. R.; Albuquerque, P. J. R.; Melo, R. Á. A. (2013) Experimental and numerical analysis of foundation pilings partially embedded in rock. REM. Revista Escola de Minas, v. 66, p. 439-446.
- Hencher, S. R. (1993) – Conference summary. The Engineering Geology of Weak Rock, Proc. 26th Annual Conference of the Engineering Group of the Geological Society, Leeds, United Kingdom, 1993, p. 499-504.
- Hobbs, N. (1974). Factors affecting the prediction of settlement of structures on rock with particular reference to the Chalk and Trias. Settlement of Structures - Conference British Geotechnical Society at Cambridge, (pp. 579-654). London.
- Hoek, E., Carranza-Torres, C., and Corkum, B. (2002)1. Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition. Proc. 5th North American Rock Mechanics Symposium, Toronto, July 2002, 267-273.
- Horvath, R. G. e Kenney, T. C. (1979). Shaft Resistance of rock-socketed drilled piers. Proc. Symposium on Deep Foundations; 182-214, New York; ASCE.
- Horvath, R. G., Kenney, T. C. and Trow, W. P. (1980). Results of tests to determine shaft resistance of rock socketed drilled piers, Proceedings of the International Conference on Structural Foundations on Rock, Sidney. 1: 349-361.
- Kulhawy, F. H. and Goodman, R. E. (1987). *Foundation in Rock*, Ground Engineering Reference Book, F. G. Bell (ed.), Butterworth, London, 55/1-55/13.
- Kulhawy, F. H. and Phoon, K. K.(1993). Drilled Shaft Side Resistance in Clay Soil to Rock, Design and Performance of Deep Foundations, ASCE STP 38: 172-183.
- Mussara, M. D. (2014) Análise de comportamento de estaca barrete embutida em rocha. 254 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Civil. 2014.
- Pease, K. A. e Kulhawy, F. H. (1984) Load transfer mechanics in rock sockets and anchors, Report EL-3777, Electric Power Research Institute, Palo Alto, 102 pp.
- Pells, P., Rowe, R., & Turner, R. (1980). An experimental investigation into sideshearfor socketed piles in sandstone. Proceedings of the International Conference on Structural Foundations on Rock, (pp. 291-302). Sydney.
- Rocha, M. (1977) Alguns problemas relativos à Mecânica das Rochas dos Materiais de Baixa Resistência. Memória nº 49, LNEC, Lisboa, 25p.
- Rosenberg, P., & Journeaux, N. (1976). Friction and end bearing tests on bedrock for high capacity socket design. Canadian Geotechnical Journal, 13, pp. 324-333.
- Rowe, R., & Armitage, H. (1987). A design method for drilled piers in soft rock. Canadian Geotechnical Journal, 24, pp. 126-142.
- Sağlam, N. (2003). Settlement of Piled Rafts: A Critical Review of The Case Histories And Calculation Methods (Thesis of Master of Science). Department of Civil Engineering. 289p. Ankara-Turkey.
- Sales, M. M. (2000). Análise do Comportamento de Sapatas Estaqueadas. 2000, 229p. Tese de Dsc. Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Pub. G.TD-002A/00.
- Seidel, J. P. and Haberfield, C. M. (1995). The axial capacity of pile sockets in rocks and hard soils, Ground Engineering, 28 (2): 33-38.
- Terzaghi, K. (1942). Discussion on the Progress Report of the Committee on Bearing Capacity of Pile Foundation. ASCE Proceedings, 311-323.
- Tomlinson, M.J., (1986), "Foundation Design and Construction", 5th Ed., Longman Scientific and Technical, Harlow, Essex, England.
- Williams, A. (1980). The design and performance of piles socketed into weak rock. Ph.D. Thesis, Monash University, Melbourne, Australia.
- Williams, A. F. and Pells, P. J. N. (1981). Side resistance of rock sockets in sandstone, mudstone and shale, Canadian Geotechnical Journal, 18: 502-513.