

Modelo Hipoplástico Aplicado em Carregamentos Cíclicos

Marcelo Saad Taulois da Costa

Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações - Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil, saad@usp.br

José Jorge Nader

Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações - Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil, jjnader@usp.br

RESUMO: Dois novos modelos hipoplásticos são apresentados e propostos para aplicação em carregamentos cíclicos de solos. Sabe-se que uma das principais deficiências da hipoplasticidade original é não ter a capacidade de reproduzir adequadamente a fase de recarregamento. Os modelos aqui apresentados foram confrontados com dois ensaios realizados em materiais distintos para serem validados. Os resultados obtidos demonstram que o modelo tem a boa capacidade de prever os resultados obtidos nos ensaios cíclicos.

PALAVRAS-CHAVE: Hipoplasticidade, Carregamento Cíclico, Modelo Constitutivo.

1 INTRODUÇÃO

Teorias sobre o comportamento mecânico dos solos são elementos fundamentais na elaboração de projetos que busquem o emprego racional de matéria prima e mão de obra e que não comprometam a vida útil da obra. Diante disto, o desenvolvimento de modelos constitutivos mais realistas têm tomado uma importância cada vez maior.

Modelos constitutivos são relações matemáticas que tem por objetivo descrever o comportamento dos materiais. No caso dos solos, estes modelos têm a capacidade de relacionar, por exemplo, tensão com deformação.

A hipoplasticidade é um modelo constitutivo relativamente recente, apresentado pela primeira vez por Kolymbas no final da década de 1970.

Este artigo apresenta, inicialmente, noções gerais sobre hipoplasticidade (Kolymbas, 2000), juntamente com uma equação hipoplástica em particular (Nader, 1999, 2003). Em seguida, discute e aplica duas modificações da teoria original, que têm o objetivo de melhorar o comportamento dos modelos hipoplásticos (Nader, 2009, 2010). A primeira proposta busca

corrigir a falha da hipoplasticidade durante o recarregamento, e a segunda é uma modificação feita na primeira na tentativa de melhorar a resposta em carregamentos cíclicos.

2 O MODELO HIPOPLÁSTICO

Alguns dos principais aspectos que caracterizam a hipoplasticidade são:

- A relação não linear entre tensão e deformação.
- Não se distinguem deformações plásticas de elásticas, isto é, desde o início do carregamento surgem deformações irreversíveis.
- A equação constitutiva relaciona velocidades de deformação e variação de tensão ao invés de tensão e deformação diretamente.
- Uma única equação constitutiva é utilizada no modelo para qualquer situação, independentemente do nível e/ou trajetória de deformação ou tensão.
- Não há memória da trajetória e nível de tensão ao qual o material já foi submetido. É suficiente e necessário conhecer apenas o nível de tensão atual.

De maneira geral, as equações hipoplásticas

têm o seguinte aspecto:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{h}(\mathbf{T}, \mathbf{D}), \quad (1)$$

sendo $\dot{\mathbf{T}}$ a derivada corrotacional (ou de Jaumann) do tensor das tensões de Cauchy $\mathbf{T}$, $\mathbf{D}$ é o tensor velocidade de deformação (*stretching*) e $\mathbf{h}$ é uma função tensorial, isotrópica em $\mathbf{T}$ e $\mathbf{D}$, e homogênea positiva e não linear em $\mathbf{D}$. A derivada corrotacional é definida por $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{W}\mathbf{T} + \mathbf{T}\mathbf{W}$, onde $\dot{\mathbf{T}}$ é a derivada de $\mathbf{T}$ em relação ao tempo e $\mathbf{W}$ o tensor velocidade de rotação (*spin*).

Importante frisar que na equação hipoplástica, o tensor $\mathbf{T}$ representa tensão efetiva, e os valores na diagonal principal de $\mathbf{T}$ e $\mathbf{D}$, se negativos, representam compressão, enquanto que na mecânica dos solos a compressão é representada por valores positivos.

Por conta destas características, uma das principais falhas da hipoplasticidade tradicional é o fato de o modelo não representar bem a fase de recarregamento. Enquanto a curva tensão-deformação do recarregamento deve ser semelhante à curva de descarregamento, para a mesma trajetória de tensão, o modelo original produz uma curva de recarregamento semelhante à curva de carregamento. A figura 1 ilustra o comportamento acima descrito. Nela apresentam-se a resposta de um modelo hipoplástico (equação 2, seção 3) e resultados de um ensaio triaxial.

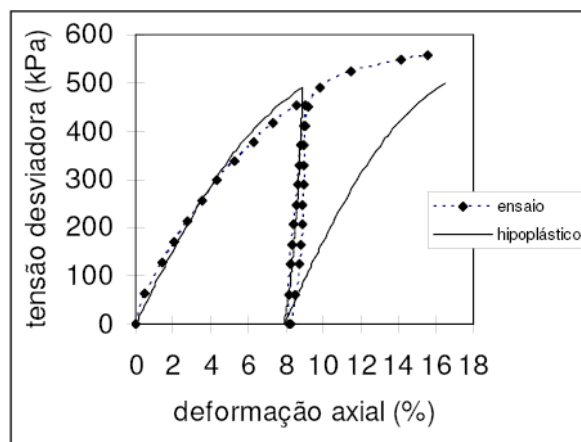


Figura 1. Ensaio triaxial com ciclo de carregamento e resposta do modelo hipoplástico original (Nader, 2009).

Outra consequência decorrente desta falha é

o fato de o modelo não apresentar boa resposta na representação de carregamentos cíclicos, uma vez que da forma como se comporta seu resultado levará a um valor excessivo de deformação acumulada a cada ciclo.

Para os leitores interessados em maiores detalhes e explanações mais aprofundadas sobre hipoplasticidade, podem ser consultadas as obras de Kolymbas (2000) e Nader (1999, 2009).

3 EQUACAO HIPOPLÁSTICA

Neste artigo será empregada uma equação hipoplástica proposta por Nader (1999, 2003), a qual possui a seguinte expressão:

$$\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}(\mathbf{T}, \mathbf{D}) + \varphi_2(\mathbf{T})\mathbf{D}_d + \|\mathbf{D}\| \left[(C_3/3)(tr\mathbf{T})\mathbf{I} + C_5\mathbf{T}_d \right], \quad (2)$$

sendo

$$\varphi_1(\mathbf{T}, \mathbf{D}) = (C_1/3)(tr\mathbf{D})(tr\mathbf{T}) + (C_2/3)(tr\mathbf{T}_d\mathbf{D}), \quad (3)$$

$$\varphi_2(\mathbf{T}) = C_4 tr\mathbf{T} + 3\sqrt{(3/2)tr\mathbf{T}_d^2}, \quad (4)$$

tal que $C_1 = -1/2(\lambda^{-1} + \kappa^{-1})$, $C_2 = 3\sqrt{6}C_3/2M$, $C_3 = \sqrt{3}/2(\lambda^{-1} - \kappa^{-1})$, $C_4 = -\tilde{G}/3$ e $C_5 = -\sqrt{6}(\tilde{G} + 3M)/2M$.

As constantes C_1 , C_2 , C_3 , C_4 e C_5 são determinadas a partir dos parâmetros λ , κ , M e $\tilde{G}$ relativos às características do solo. λ e κ são os coeficientes angulares (em valor absoluto) das linhas de compressão e expansão isotrópica, respectivamente, obtidos em gráficos de $(1+e)$, sendo e índice de vazios, por tensão octaédrica, ambos em escala logarítmica neperiana (figura 2). M é o parâmetro de estado crítico do modelo (figura 3) ($q = Mp$; em ensaios triaxiais: $q = \sigma_a - \sigma_r$, $p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$, σ_a : tensão axial e σ_r : tensão radial) e $\tilde{G}$ corresponde ao coeficiente angular da reta tangente à curva $(q/\sigma) \times \gamma$ (figura 4) de um ensaio triaxial ($\gamma = \varepsilon_a - \varepsilon_r$; ε_a : deformação axial logarítmica, ε_r : deformação radial logarítmica, σ : pressão confinante).

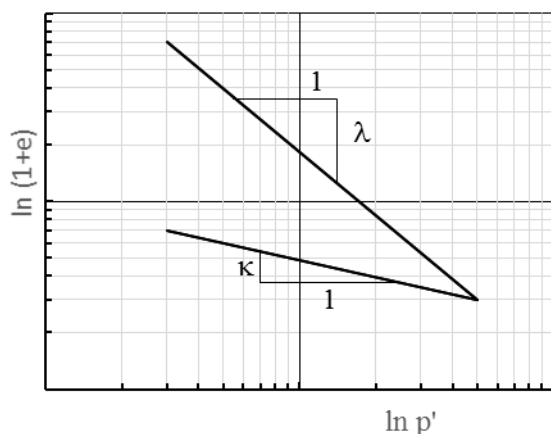


Figura 2. Obtenção dos parâmetros λ e κ a partir de ensaio triaxial isotrópico.

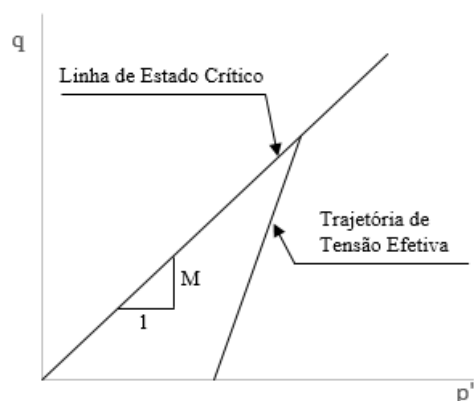


Figura 3. Obtenção parâmetro M.

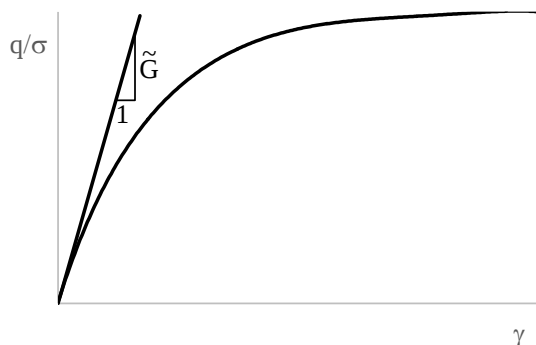


Figura 4. Obtenção do parâmetro $\tilde{G}$.

4 HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA

A Hipoplasticidade estendida é uma modificação proposta para corrigir uma das falhas apontadas na seção 2.

Enquanto a hipoplasticidade original reproduz bem o comportamento dos solos nas fases de carregamento e descarregamento, o mesmo não pode ser dito para a fase de

recarregamento, conforme visto na figura 1.

Na hipoplasticidade original os fatores que levam a este comportamento são a falta de memória que permita saber o nível de tensões ao qual o solo já foi submetido e também o emprego de uma única equação, com os mesmos parâmetros, tanto para o carregamento, quanto para o recarregamento.

Foi pensando nestes dois itens que Nader (2009) apresentou um novo modelo, baseado em seu modelo original (2), na busca de corrigir esta deficiência.

Neste novo modelo são introduzidos dois novos componentes, sendo um relativo à memória das tensões aplicadas ao solo, e o outro uma nova equação constitutiva aplicável exclusivamente à fase de recarregamento.

4.1 Conceitos e definições

Um dos novos elementos necessários para a aplicação desta nova teoria, e responsável por criar no material uma memória, é um cone no espaço das tensões. Este cone possui seu vértice na origem, tem seu eixo paralelo ao eixo hidrostático, seção transversal circular e sua abertura se dá no sentido das tensões de compressão.

Tanto a base do cone, esta sempre ortogonal ao eixo hidrostático, quanto a abertura do cone, podem variar a cada instante. Esta alteração, quando existir, será tal que ampliará o ângulo de abertura e/ou aumentará a distância entre a base do cone e o ponto de origem. Ocorrerá esta modificação sempre que o ponto das tensões estiver na superfície do cone e se dirigir para fora. Uma vez que não é permitido que exista um ponto fora da superfície, a mesma deverá se alterar para satisfazer esta condição.

Outra possibilidade é a mudança da posição do ponto sem que haja alteração do cone. Esta situação só ocorrerá quando o ponto caminhar sobre a superfície, ou quando se dirigir para dentro dele, e neste caso o segundo elemento é criado: o tensor $\mathbf{Z}_i$, o qual será definido adiante. Assim, para a aplicação deste modelo, foi utilizado o equacionamento do cone apresentado por Drucker-Prager (5):

$$\|\sigma_d\| = \left(\frac{tr\sigma}{\sqrt{3}} + d \right) tg\alpha, \quad (5)$$

que originalmente tem por função definir uma superfície cônica de plastificação. No presente caso, diferentemente, a superfície definida pelo cone tem por função apenas criar a memória para o modelo. Na equação 5 $\|\sigma_d\|$ corresponde à norma das tensões desviadoras, $tr\sigma$ ao traço do tensor das tensões, d à distância entre o vértice do cone e o ponto de origem do espaço das tensões – que para o modelo será sempre zero – e $tg\alpha$ à tangente do ângulo formado entre o eixo da tensão hidrostática e uma aresta qualquer inserida na lateral do cone. É importante observar que neste cálculo as tensões obedecem à convenção de sinais de mecânica dos solos, sendo $\sigma = -T$.

A partir desta equação é possível a obtenção do valor do ângulo α a cada instante, isto é, para cada novo valor do tensor das tensões.

Conhecidos os valores d (0, no presente modelo) e α , é possível a construção da superfície lateral do cone, faltando para isto definir a sua altura (k). Para o estudo em questão, a base do cone será representada por uma circunferência de centro coincidente com o eixo hidrostático cuja distância à origem é igual ao máximo valor de $tr\sigma/\sqrt{3}$ já atingido na história do material.

Enquanto na hipoplasticidade original uma única equação é aplicada a qualquer tipo de trajetória de tensão, na hipoplasticidade estendida existem duas equações aplicáveis em situações distintas. Surge, portanto, a necessidade de serem muito bem definidos os critérios que indicam qual equação se aplicar a cada instante, em outras palavras, critérios que definam quando o material está sendo carregado, descarregado ou recarregado.

Carregamento: caracterizado quando a trajetória de tensão se encaminhar para fora do cone, resultando na ampliação do mesmo, ou quando a trajetória de tensões for tangente à superfície do cone. No caso de um solo que jamais sofreu carregamento anisotrópico, isto é, que desde o início tenha sido submetido a compressão isotrópica, não surge um cone, mas

sim uma reta sobre o eixo hidrostático e um plano ortogonal a ela. As figuras 5 e 6 apresentam de forma esquemática estas situações.

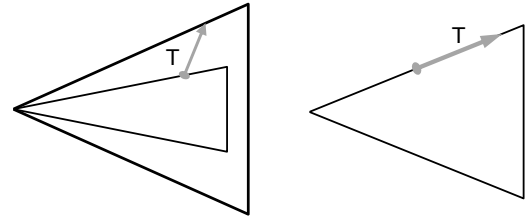


Figura 5. Trajetória de tensão em carregamento com formação do cone.

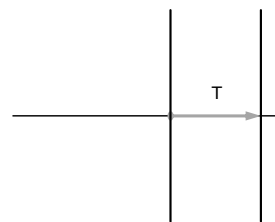


Figura 6. Trajetória de tensão em carregamento isotrópico sem formação do cone.

Descarregamento e recarregamento: ocorrerá o descarregamento quando a trajetória de tensões se encaminhar para dentro do cone, o qual neste caso não sofrerá nenhuma alteração. Surge, aqui, o tensor simétrico não-nulo Z_i , definido como o valor da derivada corrotacional da tensão no instante em que ela deixa a superfície do cone, isto é, no instante em que é iniciado o descarregamento. O valor de Z_i permanece o mesmo enquanto T estiver dentro do cone. Se T voltar à superfície do cone, este valor de Z_i , que está guardado, deverá ser apagado e, caso ocorra novo descarregamento, será memorizado um novo valor para Z_i . Para que seja obedecido o princípio da objetividade material, emprega-se a seguir o tensor Z ,

solução da equação diferencial $\dot{Z} = 0$, com a condição inicial $Z(0) = Z_i$.

Define-se um plano P , normal ao tensor Z_i , que divide o espaço em duas regiões a cada instante: uma região D , tal que $\dot{T} : Z_i > 0$ (região de descarregamento) e uma região R , em que $\dot{T} : Z_i < 0$ (região de recarregamento). ($\dot{T} : Z_i$

corresponde ao produto interno do tensor $\overset{\circ}{\mathbf{T}}$ pelo tensor $\mathbf{Z}_i$).

O descarregamento continuará ocorrendo enquanto a trajetória de tensão apontar para a região D ou ainda quando for tangente ao plano P, isto é, quando satisfizer a relação $\overset{\circ}{\mathbf{T}} : \mathbf{Z}_i \geq 0$.

Do contrário, sendo atendida a relação $\overset{\circ}{\mathbf{T}} : \mathbf{Z}_i < 0$ e desde que o ponto $\mathbf{T}$ esteja localizado dentro do cone, a trajetória de tensão se dirige para a região R e verifica-se a ocorrência de recarregamento.

A figura 7 ilustra situações possíveis que caracterizam o descarregamento, enquanto a figura 8 apresenta o recarregamento. Como pode ser visto, o tensor $\mathbf{Z}_i$ é aplicado a $\mathbf{T}$ a cada instante, devendo também o plano P ser recalculado a cada nova iteração.

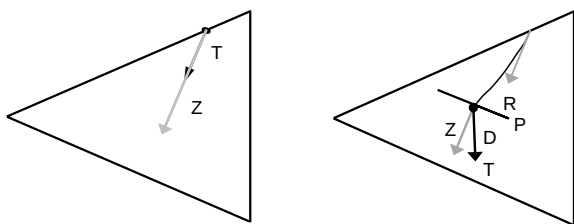


Figura 7. Início do descarregamento (esq.) e trajetória típica durante descarregamento (dir.).

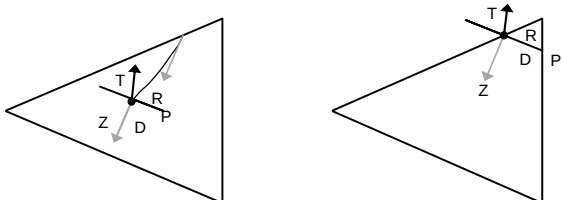


Figura 8. Trajetória típica do recarregamento (esq.) e fim do recarregamento (dir.).

4.2 Equacionamento

Definidos os critérios de carregamento, descarregamento e recarregamento, passa-se à apresentação das equações aplicadas a cada um dos casos.

Conforme já mencionado, enquanto for verificado que o solo está sendo carregado ou descarregado, atuará a equação hipoplástica apresentada na equação (2).

Já no caso do recarregamento, a função hipoplástica a ser utilizada não é mais a função $h(\mathbf{T}, \mathbf{D})$ (1) já apresentada, e sim uma nova

função, dada por:

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}} = g(\mathbf{T}, \mathbf{D}, \mathbf{Z}), \quad (6)$$

sendo g a função expressa por:

$$g(\mathbf{T}, \mathbf{D}, \mathbf{Z}) = h(\mathbf{T}, \mathbf{D}) - \frac{\mathbf{Z} : h(\mathbf{T}, \mathbf{D})}{\mathbf{Z} : h(\mathbf{T}, -Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}))} [\mathbf{Z} + h(\mathbf{T}, -Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}))]. \quad (7)$$

A função Y que aparece em (7) é definida do seguinte modo: considerando a função h_T , supondo-a bijetora, definida para cada $\mathbf{T}$ por $h_T(\mathbf{D}) = h(\mathbf{T}, \mathbf{D})$, define-se então a função Y : $Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}) = h_T^{-1}(\mathbf{Z})$. Para a apresentação detalhada de $h_T^{-1}(\mathbf{Z})$, deve-se recorrer à tese de licenciatura de Nader (2009).

Quando a trajetória de deformação é dada, a equação (6) produz diretamente, por integração, a trajetória de tensão. Por outro lado, para tratar de situações em que, ao invés da deformação, seja imposta a variação de tensão, a equação que representa a hipoplasticidade estendida, assim como no caso da hipoplasticidade original, também pode ser invertida. Desta forma tem-se:

$$g_T^{-1}(\overset{\circ}{\mathbf{T}}) = h_T^{-1} \left(\overset{\circ}{\mathbf{T}} - \frac{\overset{\circ}{\mathbf{T}} : \mathbf{Z}}{\mathbf{Z} : \mathbf{Z}} [\mathbf{Z} + h(\mathbf{T}, -Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}))] \right). \quad (8)$$

4.3 Comportamento da Hipoplasticidade Estendida

Para verificar o comportamento do modelo hipoplástico estendido, foram utilizados os seguintes parâmetros: $\lambda=0,07$, $\kappa=0,018$, $M=1,46$ e $\tilde{G}=54$. Tais parâmetros correspondem aos obtidos para um solo siltoso estudado por Nader (1999, 2003). Neste solo foi realizado um ensaio triaxial de compressão, com um ciclo de carregamento, anteriormente adensado sob pressão confinante de 200 kPa. O resultado da aplicação da hipoplasticidade original é o apresentado na figura 1. Já com a aplicação da hipoplasticidade estendida, o comportamento obtido é o apresentado através da figura 9.

É possível notar, primeiramente, que durante

as fases de carregamento e descarregamento, as curvas geradas pela hipoplasticidade original e pela estendida são idênticas, demonstrando que o novo modelo mantém a boa capacidade de representar o comportamento dos solos nestes dois estágios. Já no recarregamento, as respostas das duas teorias não coincidem. A hipoplasticidade estendida produz curva coincidente com a de descarregamento, o que já é previsto pela sua formulação sempre que nestas duas fases a trajetória de tensão for descrita por uma mesma reta, até que seja retomado o carregamento.

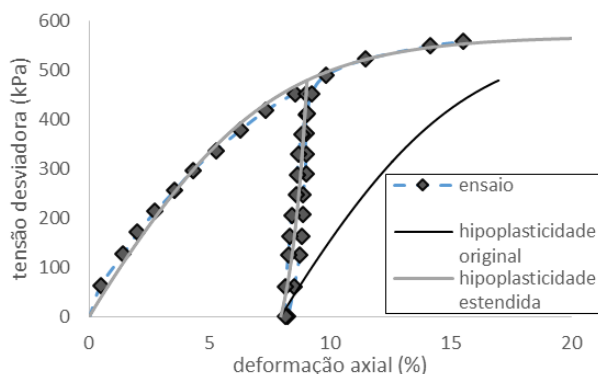


Figura 9. Curva tensão-deformação: ensaio triaxial de compressão axial – hipoplasticidade original e estendida.

Nota-se, ainda, que a aplicação deste novo modelo foi capaz de capturar com muito boa precisão os dados de tensão e deformação do ensaio após o recarregamento, demonstrando o eficaz funcionamento do cone associado à memória da tensão e que define qual equação hipoplástica deve ser utilizada.

5 HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA

Em ensaios de carregamentos cíclicos realizados em solos pode ser verificado, nas curvas tensão-deformação, o aparecimento de laços. Estes laços produzem a cada ciclo um acúmulo de deformação, e é acrescentar a capacidade de produzir estes laços o objetivo desta segunda modificação ao modelo hipoplástica.

Na seção anterior foi descrita a criação de um cone durante o carregamento, com todas as suas particularidades. Na hipoplasticidade cíclica são mantidos todos os critérios e

premissas deste primeiro cone, porém, quando é iniciado o descarregamento, um novo cone, interno a este primeiro, é criado.

Este novo cone possui vértice coincidente com o do primeiro cone, isto é, na origem do espaço das tensões, ângulo de abertura α' e altura k' dados por: $tg\alpha' = f_1 tg\alpha_i$ e $k' = f_2 k_i$, onde α_i e k_i são parâmetros geométricos do cone no instante em que é iniciado o descarregamento e f_1 e f_2 são fatores de alteração da superfície.

Evidentemente que para valores de $f_1 = 1$ e $f_2 = 1$, a teoria se comporta exatamente como o descrito na hipoplasticidade estendida.

Durante todo o descarregamento e recarregamento os dois cones serão invariáveis e servem de superfície limite para determinar o comportamento do modelo. Assim, durante o descarregamento duas situações são possíveis:

- O ponto **T** estar entre o cone externo e interno e ser feito o recarregamento: neste caso o modelo se comportará como apresentado na hipoplasticidade estendida, isto é, emprega-se a equação do recarregamento até que seja atingida a superfície do cone externo;

- O ponto **T**, durante o descarregamento, passar a ocupar o espaço interno ao novo cone: aplica-se aqui um novo conceito. Será empregada a equação do recarregamento (6) enquanto o ponto **T** estiver dentro do novo cone, e, atingida sua superfície, a equação original do carregamento (2) volta a ser aplicada.

Para ilustrar o comportamento deste novo modelo, para o solo utilizado ao longo deste artigo, foi aplicado o modelo da hipoplasticidade cíclica com $f_1 = f_2 = 0,99$ e todos outros parâmetros mantidos inalterados. Como pode ser observado na figura 10, que apresenta em maior detalhe o trecho da curva tensão-deformação ao final do recarregamento, a criação deste novo cone interno implica, como era esperado, que o modelo volte a utilizar antes a equação original quando comparado com a hipoplasticidade estendida.

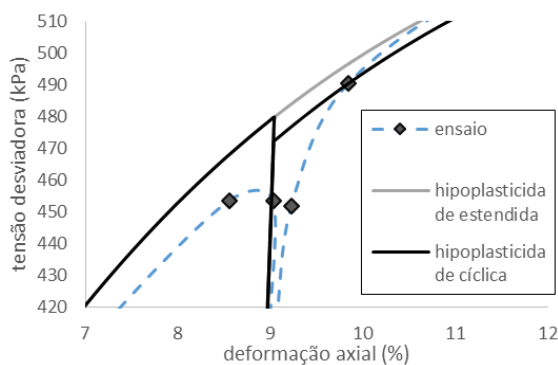


Figura 10. Curva tensão-deformação com aplicação da hipoplasticidade cíclica para um ciclo.

Como é possível notar, para um mesmo nível de tensão após o ciclo de recarregamento, a hipoplasticidade cíclica apresenta, para um mesmo valor de tensão desviadora, um maior valor de deformação do que a hipoplasticidade estendida. Obviamente a diferença é muito pequena quando analisado um único ciclo, porém, ao ser estudado grande número de ciclos, estas diferenças podem tomar valores significativos.

Foi ainda realizada uma segunda aplicação do modelo. Trata-se da simulação do comportamento da areia de Hostun em um ensaio triaxial drenado com compressão axial. Dentre os resultados experimentais, os quais podem ser encontrados no artigo de Di Benedetto *et al.* (2014), são apresentadas as curvas de tensão-deformação, onde é possível constatar claramente o aparecimento dos laços durante o ciclo de descarregamento-recarregamento (figura 11).

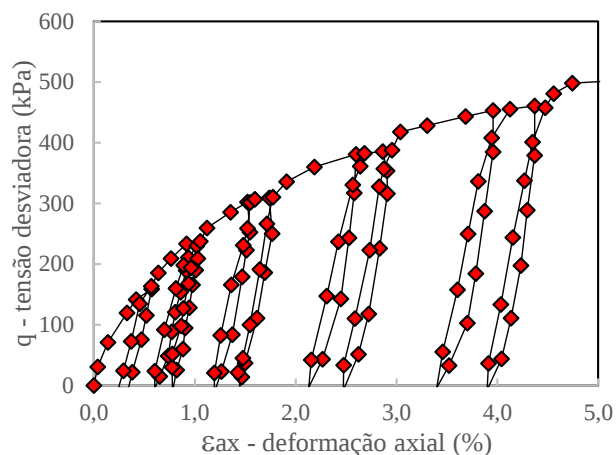


Figura 11. Resultado experimental do ensaio de compressão axial – areia de Hostun (adaptado de Di Benedetto *et al.* (2014)).

Para esta aplicação foi feita a calibração dos parâmetros de entrada a partir dos dados e resultados experimentais apresentados no artigo citado.

A figura 12 apresenta a curva tensão-deformação produzida a partir da aplicação da hipoplasticidade estendida (linha tracejada) e da hipoplasticidade cíclica (linha sólida), com $f=0,98$.

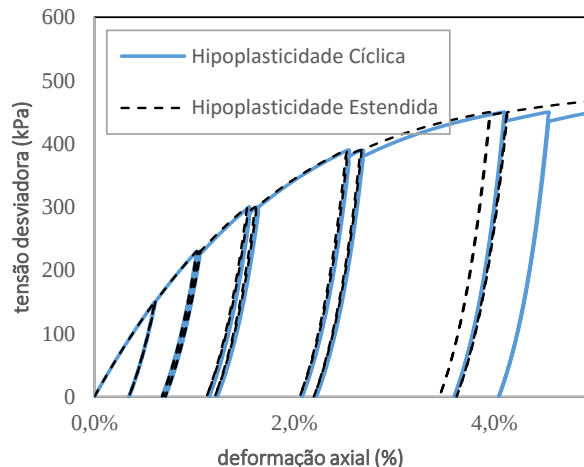


Figura 12. Aplicação da hipoplasticidade estendida e cíclica em uma areia.

Como pode ser observado, a resposta de ambos os modelos apresenta boa qualidade, sendo que o segundo é capaz de reproduzir melhor a deformação acumulada e o comportamento no final do recarregamento.

De maneira a facilitar a comparação entre dados experimentais e da aplicação da nova teoria, apresenta-se na figura 13 a superposição dos dados de ensaio e da aplicação do modelo hipoplástico cíclico.

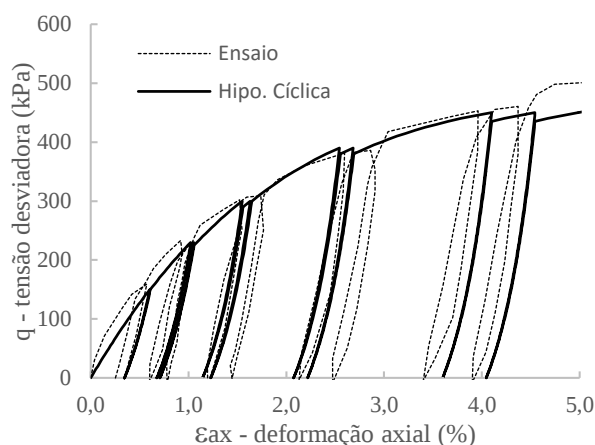


Figura 13. Resultado experimental do ensaio de compressão axial – areia de Hostun e aplicação da hipoplasticidade cíclica.

6 CONCLUSÕES

As primeiras comparações efetuadas entre resultados experimentais e dos modelos hipoplástico estendido e cíclico revelam que ambos apresentam significativas melhorias em relação aos modelos hipoplásticos originais. O objetivo inicial de corrigir a resposta do modelo durante o recarregamento foi parcialmente alcançado, visto que, da maneira como foram elaboradas as modificações, algumas trajetórias de tensão não são capazes de reproduzir o laço observado nas curvas tensão-deformação.

O segundo objetivo, o de melhorar ainda mais a resposta do modelo no carregamento cíclico, foi alcançado com a nova modificação imposta, o que resultou no modelo denominado hipoplasticidade cíclica.

A hipoplasticidade cíclica foi capaz de prever uma maior deformação acumulada ao longo do ensaio do que a hipoplasticidade estendida. Os valores obtidos pela hipoplasticidade cíclica estão mais coerentes com o observado nos resultados do ensaio mencionado na seção 5 (figura 11).

Conforme apresentado na figura 13, é boa a capacidade da hipoplasticidade cíclica em reproduzir o comportamento do solo frente a carregamentos cíclicos, tanto em relação ao formato da curva obtida, quanto em relação à magnitude dos valores de deformação acumulada.

Em outras obras, como por exemplo em Maleki, Cambou e Dubujet (2009) e Yin, Xu e Hicher (2013), é possível constatar o comportamento dos materiais quando submetidos a carregamentos cíclicos. Nota-se que há o interesse em se verificar e prever a deformação acumulada em função do nível do carregamento, assim como a relação existente entre a deformação acumulada e o número de ciclos ao qual o material é submetido.

Há ainda a necessidade de confrontar mais resultados experimentais com os previstos pelo modelo e também aprofundar o estudo do parâmetro f . No atual modelo o parâmetro f foi adotado como sendo constante para todo o ensaio. Somente através de um estudo mais aprofundado, com a observação de uma maior quantidade de ciclos e diferentes níveis de

tensão, poderá ser constatada a existência não de um parâmetro f fixo, mas sim de uma função f que dependa do nível de tensão e do número de ciclos ao qual o solo já foi submetido.

REFERÊNCIAS

- Di Benedetto, H.; Blanc, M.; Tiouajni, S.; Ezaoui, A. (2014) *Elastoplastic model with loading memory surfaces (LMS) for monotonic and cyclic behavior of geomaterials*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 38: 1477-1502.
- Kolymbas, D. (2000) *Introduction to Hypoplasticity. Advances in Geotechnical Engineering and Tunnelling*, Balkema, Rotterdam, Netherlands, 94 p.
- Maleki, M; Cambou, B; Dubujet, P. (2009) *Development in Modeling Cyclic Loading of Sands Based on Kinematic Hardening*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 33: 1641-1658.
- Nader, J.J. (1999) *Hipoplasticidade e Elastoplasticidade para Solos*, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 128 p.
- Nader, J.J. (2003) *Analysis of a new hypoplastic equation*, International Journal of Plasticity, 19: 1445-1480.
- Nader, J.J. (2009) *Questões de Hipoplasticidade*, Tese de Livre-Docência, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 107 p.
- Nader, J.J. (2010) *A New Constitutive Theory Extending Hypoplasticity*, Mechanics Research Communications, 37 (2010): 505-509.
- Yin, Z.; Xu, Q.; Hicher, P. (2013) *A Simple Critical-state-based Double-yield-surface model for clay behavior under complex loading*, Acta Geotechnica, 8: 509-523.