

Estudo de Vigas e Pórticos Sujeitos à Fluência e Retração para Subsidiar Análises de Interação Solo Estrutura em Edifícios

Juliane Cristina Gonçalves

Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, Juiz de Fora, Brasil, juliane.goncalves@ufjf.edu.br

Paulo Eduardo Lima de Santa Maria

Subsea7, Rio de Janeiro, Brasil, paulo.santa-maria@subsea7.com

Fernando Artur Brasil Danziger

COPPE e Escola Politécnica, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, danziger@coc.ufrj.br

RESUMO: No presente artigo, desenvolve-se um estudo de casos hipotéticos visando a análise da influência do tempo na questão de recalques distorcionais admissíveis de fundações de edificações. De fato, Bjerrum sugere que recalques admissíveis de fundações em argilas são maiores que de fundações em areias, indicando que as estruturas são capazes de tolerar maiores recalques, sem danos, quando estes ocorrem ao longo do tempo. Assim, são estudados e comparados dois tipos de estruturas: vigas e pórticos em concreto, em ambos os casos com a ocorrência de fluência e retração. Os apoios foram representados através de molas, comparadas com o caso de apoios indesejáveis. As vigas possuem rigidezes diferentes (alturas de 30 cm e 1 m) e para os pórticos, com quatro apoios, foram considerados pilares com seções transversais variando de 10 cm x 10 cm até 20 cm x 30 cm. Além disso, faz-se uma analogia do entendimento da fluência como uma redução da altura da viga ou do módulo de elasticidade. A influência do tempo nos recalques como efeito benéfico para a estrutura foi constatada, tendo o efeito da fluência sido significativamente maior que o da retração.

PALAVRAS-CHAVE: Recalque Admissível, Efeito do Tempo, Fluência e Retração do Concreto, Interação Solo Estrutura.

1 INTRODUÇÃO

Normalmente, o dimensionamento de estruturas e suas fundações é realizado admitindo-se que possuem comportamento independente, isto é, são desprezados os efeitos da interação solo-estrutura. Quando são realizadas análises que levam em conta a interação solo-estrutura, em geral estas admitem apenas a parcela imediata das deformações e deslocamentos ou, ainda, segundo Santa Maria *et al.* (1999), quando são considerados recalques das fundações por adensamento, somente os valores finais são levados em conta, sem qualquer interação com a fluência do material da estrutura.

O fenômeno de fluência ocorre de forma mais pronunciada nas estruturas de concreto armado e, de acordo com Santa Maria *et al.* (1999), a interação entre os comportamentos da estrutura e da fundação ao longo do tempo pode resultar em esforços com sinal e intensidade não previstos em projetos elaborados a partir de uma análise elástica.

Bjerrum (1963) já ressaltava que o fator tempo é muito importante em recalques distorcionais e que o critério de recalque é diferente para edificações em areia e em argila. Uma edificação é capaz de resistir, sem danos, a recalques distorcionais maiores ao longo do tempo.

No presente artigo, desenvolve-se um estudo de casos hipotéticos, para os quais existem soluções analíticas no comportamento elástico. Este estudo tem como objetivo fornecer elementos para as interpretações de resultados de estruturas mais sofisticadas como, por exemplo, edifícios.

2 ANÁLISE DE VIGAS

Analisa-se duas vigas submetidas ao peso próprio. As figuras 1 e 2 ilustram esquematicamente as situações estudadas e a tabela 1 indica os dados adotados das vigas e dos apoios. Para estas duas vigas são estudadas cinco situações, quais sejam:

- (i) Viga com apoios indeslocáveis e material da viga sujeito à fluência;
- (ii) Viga com apoios em mola e material da viga sujeito à fluência;
- (iii) Viga com apoios em mola e material da viga sujeito à fluência e retração;
- (iv) Viga com apoios em mola – rigidez de cada mola dez vezes maior em relação às situações (ii) e (iii) – e material da viga sujeito à fluência e retração;
- (v) Viga com apoios em mola – rigidez de cada mola dez vezes maior em relação às situações (ii) e (iii) – e material da viga sujeito à fluência.

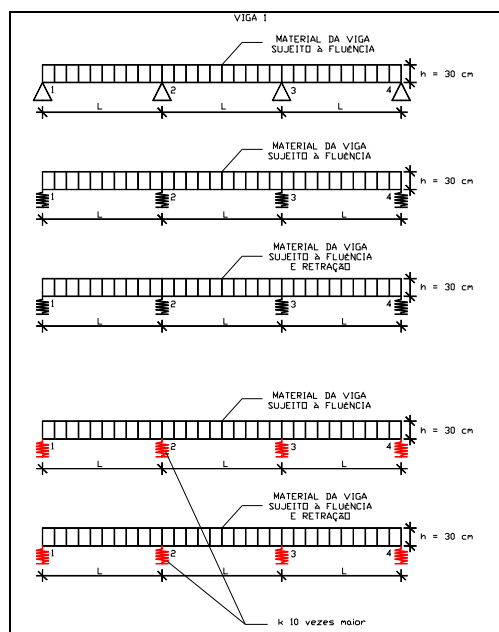


Figura 1. Esquemas das situações da viga 1 com quatro apoios.

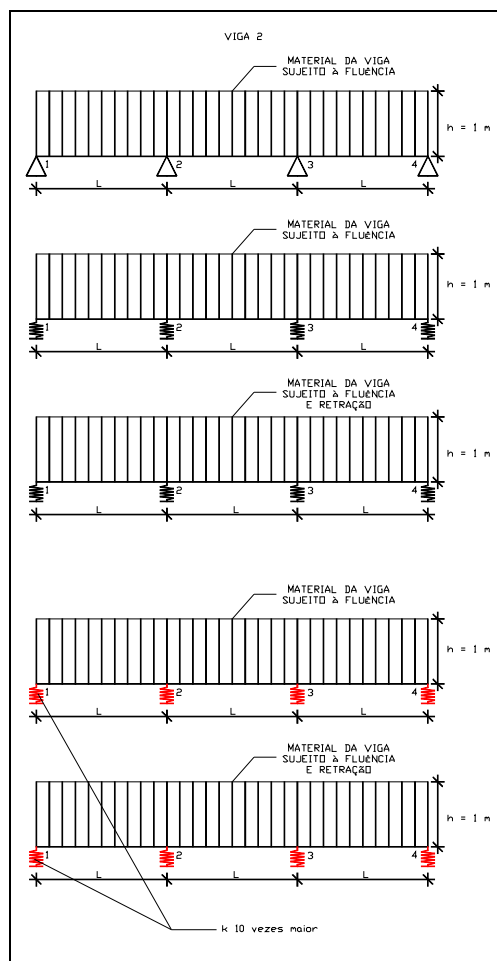


Figura 2. Esquemas das situações da viga 2 com quatro apoios.

Tabela 1. Dados adotados das vigas e dos apoios.

Viga	b (m)	h (m)	L (m)	k (kN/m)
1	0,20	0,30	2,00	100 e 1000
2	0,20	1,00	2,00	100 e 1000

b = largura da viga;

h = altura da viga;

L = indicado nas figuras 1 e 2;

k = coeficiente de mola.

As figuras 3 e 4 mostram, respectivamente, as reações de apoio 1 e 2 para as cinco situações descritas anteriormente para a viga 1 (altura igual a 0,30 m), enquanto as figuras 5 e 6 mostram o mesmo para a viga 2 (altura igual a 1 m).

As reações de apoio foram normalizadas em relação à reação de apoio no tempo igual a zero para a situação de apoios indeslocáveis e material da viga elástico através da expressão 1:

$$\xi(t) = \frac{X(t)}{X_e(t_0)} \quad (1)$$

Sendo:

$\xi(t)$ = reação de apoio normalizada no tempo t ;

$X(t)$ = reação de apoio no tempo t ;

$X_e(t_0)$ = reação de apoio no tempo $t_0 = 0$.

As figuras 3 e 4 mostram ainda, respectivamente, os limites superior e inferior das reações de apoio obtidos a partir da solução teórica desenvolvida por Santa Maria (2010).

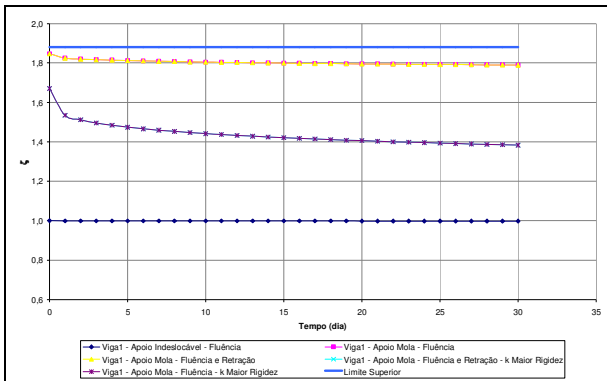


Figura 3. Reação do apoio 1 (periférico) da viga 1 (0,30 m de altura) *versus* tempo.

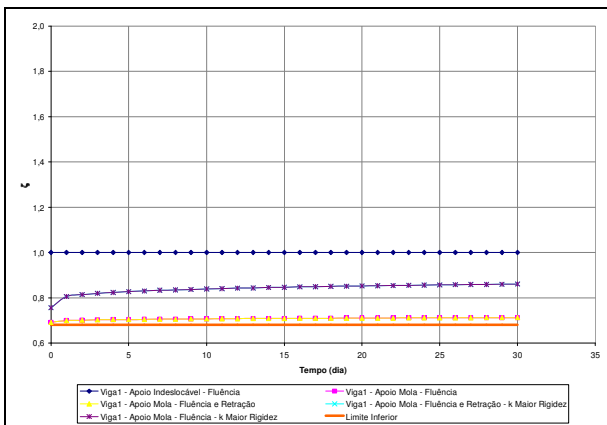


Figura 4. Reação do apoio 2 (central) da viga 1 (0,30 m de altura) *versus* tempo.

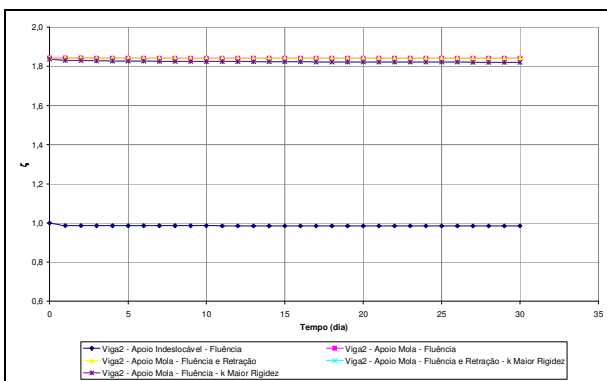


Figura 5. Reação do apoio 1 (periférico) da viga 2 (1 m de altura) *versus* tempo.

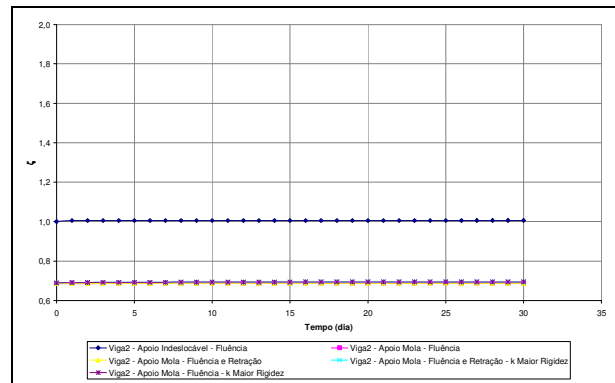


Figura 6. Reação do apoio 2 (central) da viga 2 (1 m de altura) *versus* tempo.

A partir das figuras 3 e 4, observa-se que para a primeira situação – viga com apoios indeslocáveis e material da viga sujeito à fluência – os apoios 1, periférico, e 2, central, apresentam reações de apoio constantes ao longo do tempo. As reações de apoio normalizadas em relação à reação de apoio no tempo igual a zero apresentam resultados iguais a um. De fato, segundo Carneiro (1978), o primeiro Teorema da Correspondência Elasticidade-Viscoelasticidade consiste em que os esforços internos (tensões ou esforços solicitantes nas seções) oriundos da ação das cargas não são modificados pela fluência. Em qualquer instante t os esforços internos são os que ocorreriam em um corpo com as mesmas características geométricas e vinculação e solicitados pelas mesmas cargas, mas constituídos de material elástico.

Vale mencionar que os chamados teoremas de Correspondência aplicam-se às estruturas homogêneas, constituídas, portanto, de um único material; que apresentem fluência linear e desde que os tipos das condições de fronteira (condições de tensões ou condições de deslocamentos prescritos) não sejam alterados em cada região da fronteira, durante a história da estrutura.

Para a segunda situação – viga com apoios em mola e material da viga sujeito à fluência – nota-se que, conforme ilustrado nas figuras 3 e 4, o apoio 1, periférico, apresenta um decréscimo da reação de apoio ao longo do tempo e o apoio 2, central, apresenta um aumento da reação de apoio ao longo do tempo – efeito “flexibilizante” da fluência.

Não foram detectadas diferenças entre o comportamento das reações nos apoios 1 (periférico) e 2 (central) ao longo do tempo quando foi introduzida a retração no material da viga (terceira situação).

Para as quarta e quinta situações, as quais apresentam as rigidezes de mola dez vezes maiores, os comportamentos das reações de apoio ao longo do tempo foram semelhantes aos da segunda e terceira situações, ou seja, o apoio 1, periférico, apresenta um decréscimo da reação de apoio e o apoio 2, central, apresenta um aumento da reação de apoio ao longo do tempo. Ressalta-se que não foram detectadas diferenças entre o comportamento das reações nos apoios 1 (periférico) e 2 (central) ao longo do tempo quando foi introduzida a retração no material da viga.

Para a viga 2, com altura de um metro, observa-se a partir das figuras 5 e 6 que, para a primeira situação – viga com apoios indelocáveis e material da viga sujeito à fluência – os apoios 1, periférico, e 2, central, apresentam reações de apoio constante ao longo do tempo. As reações de apoio normalizadas em relação à reação de apoio no tempo igual a zero apresentam resultados praticamente iguais a um, ou seja, atendem o primeiro Teorema da Correspondência Elasticidade-Viscoelasticidade.

Para a segunda situação – viga com apoios em mola e material da viga sujeito à fluência – nota-se que, conforme ilustrado nas figuras 5 e 6, os apoios 1, periférico, e 2, central, apresentam a mesma tendência que o caso da viga de menor altura, porém esta tendência é muito mais sutil, fazendo com que o efeito da fluência não tenha sido significativo ao longo do tempo. A variação relativa de flexibilidade é pequena.

Não foram detectadas diferenças entre o comportamento das reações nos apoios 1 (periférico) e 2 (central) ao longo do tempo quando foi introduzida a retração no material da viga (terceira situação).

As quarta e quinta situações, as quais apresentam rigidezes de mola dez vezes maiores, apresentam resultados muito semelhantes aos da segunda e terceira situações.

3 ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS

Analisa-se quatro pórticos planos submetidos ao peso próprio. A figura 7 ilustra os pórticos esquematicamente e a tabela 2 indica os dados dos mesmos.

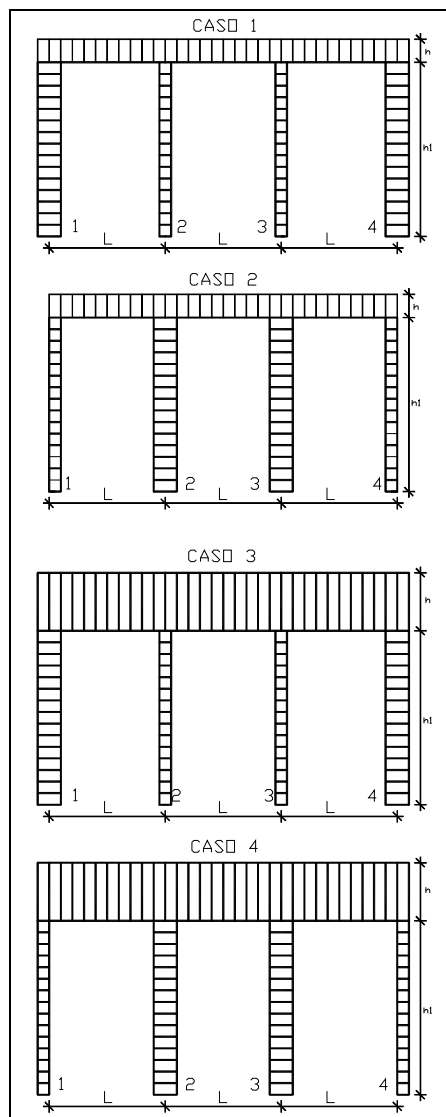


Figura 7. Esquemas das situações dos pórticos planos.

Tabela 2 - Dados adotados dos pórticos planos.

Caso	P1 = P4	P2 = P3	b (m)	h (m)	h1 (m)	L (m)
	Seção (m)					
1	0,20 x 0,30	0,10 x 0,10	0,20	0,30	3,00	2,00
2	0,10 x 0,10	0,20 x 0,30	0,20	0,30	3,00	2,00
3	0,20 x 0,30	0,10 x 0,10	0,20	1,00	3,00	2,00
4	0,10 x 0,10	0,20 x 0,30	0,20	1,00	3,00	2,00

b = largura da viga de topo;

h = altura da viga de topo;

h1 e L = indicados na figura 7.

Para estes quatro pórticos são estudadas cinco situações, quais sejam:

- (i) Pórtico com apoios indeslocáveis e material do pórtico sujeito à fluência;
- (ii) Pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência;
- (iii) Pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e retração;
- (iv) Pórtico com apoios em mola – rigidez de cada mola dez vezes maior em relação às situações (ii) e (iii) – e material do pórtico sujeito à fluência e retração;
- (v) Pórtico com apoios em mola – rigidez de cada mola dez vezes maior em relação às situações (ii) e (iii) – e material do pórtico sujeito à fluência.

Os esforços normais foram normalizados em relação ao esforço normal no tempo igual a zero para a situação de apoios indeslocáveis como segue:

$$\nu(t) = \frac{N(t)}{N(t_0)} \quad (2)$$

As figura 8 e 9 mostram, respectivamente, os esforços normais dos pilares 1 e 2 do caso 1 (pilares periféricos com maior seção transversal) para as cinco situações propostas anteriormente, sob a forma adimensional indicada na expressão 2. Observa-se que para a primeira situação – pórtico com apoios indeslocáveis e material do pórtico sujeito à fluência – o pilar 1, periférico (maior rigidez em relação ao central) e o pilar 2, central, apresentam esforços normais constantes ao longo do tempo. Os esforços normais normalizados em relação ao esforço normal no tempo igual a zero apresentam resultados iguais a um. Estes resultados são semelhantes aos apresentados na primeira parte deste estudo de casos (análise de vigas) e estão em consonância com Carneiro (1978), ou seja, o primeiro Teorema da Correspondência Elasticidade-Viscoelasticidade.

Para a segunda e terceira situações – pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e retração – nota-se que o pilar 1, periférico, apresenta um aumento do esforço normal ao

longo do tempo, enquanto o pilar 2, central, apresenta um decréscimo do esforço normal ao longo do tempo. Vale mencionar que não foram detectadas diferenças entre o comportamento dos esforços normais nos pilares 1 (periférico) e 2 (central) ao longo do tempo quando foi introduzida a retração no material do pórtico.

Para a quarta e quinta situações, as quais apresentam as rigidezes de mola dez vezes maiores, verifica-se a mesma tendência de comportamento da segunda e terceira situações.

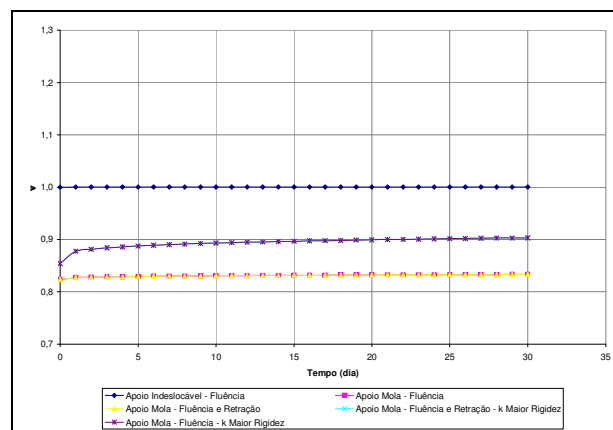


Figura 8. Esforço normal no apoio 1 (periférico) do caso 1 *versus* tempo.

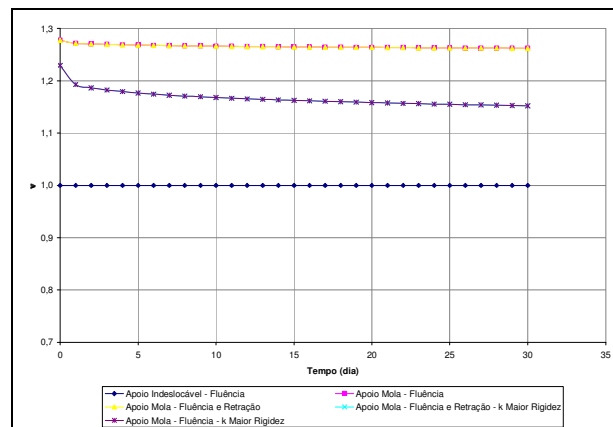


Figura 9. Esforço normal no apoio 2 (central) do caso 1 *versus* tempo.

As figuras 10 e 11 ilustram, respectivamente, os esforços normais dos pilares 1 e 2 do caso 2 (pilares centrais com maior seção transversal) para as cinco situações propostas, sob a forma adimensional indicada na expressão 2. Nota-se que para a primeira situação – pórtico com apoios indeslocáveis e material do pórtico sujeito à fluência – os pilares 1, periférico, e 2, central, apresentam esforços normais constantes ao longo do tempo. De forma semelhante ao

caso 1, os esforços normais normalizados em relação ao esforço normal no tempo igual a zero apresentam resultados iguais a um.

Para a segunda e terceira situações – pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e retração – verifica-se que o pilar 1, periférico, apresenta um decréscimo do esforço normal ao longo do tempo. Salienta-se que a introdução da retração no material do pórtico não altera os resultados.

Para a quarta e quinta situações, as quais apresentam as rigidezes de mola dez vezes maiores, verifica-se a mesma tendência de comportamento das segunda e terceira situações.

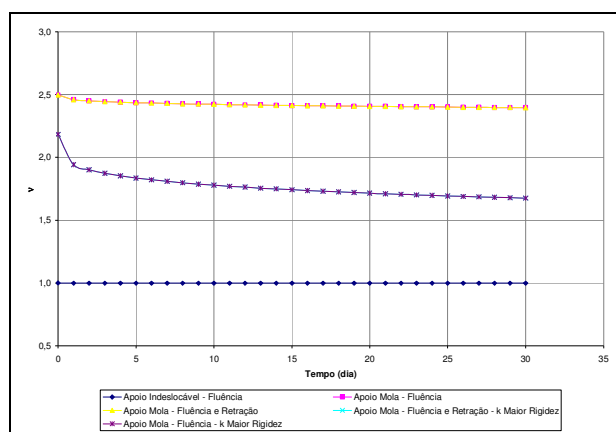


Figura 10. Esforço normal no apoio 1 (periférico) do caso 2 *versus* tempo.

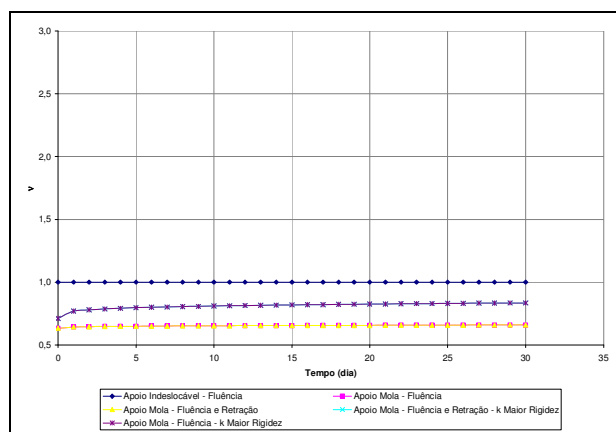


Figura 11. Esforço normal no apoio 2 (central) do caso 2 *versus* tempo.

As figuras 12 e 13 mostram, respectivamente, os esforços normais dos pilares 1 e 2 do caso 3 (viga de topo e pilares periféricos com maior seção transversal) para as

cinco situações propostas, sob a forma adimensional indicada na expressão 2. Observa-se que para a primeira situação – pórtico com apoios indeslocáveis e material do pórtico sujeito à fluência – os pilares 1, periférico, e 2, central, apresentam esforços normais constantes ao longo do tempo. De forma semelhante aos casos 1 e 2, os esforços normais normalizados em relação ao esforço normal no tempo igual a zero apresentam resultados aproximadamente iguais a um.

Para a segunda e terceira situações – pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e retração – nota-se que os efeitos da fluência e retração não foram significativos.

A quarta e a quinta situações, as quais possuem rigidezes de mola dez vezes maiores, apresentam resultados semelhantes aos da segunda e terceira situações.

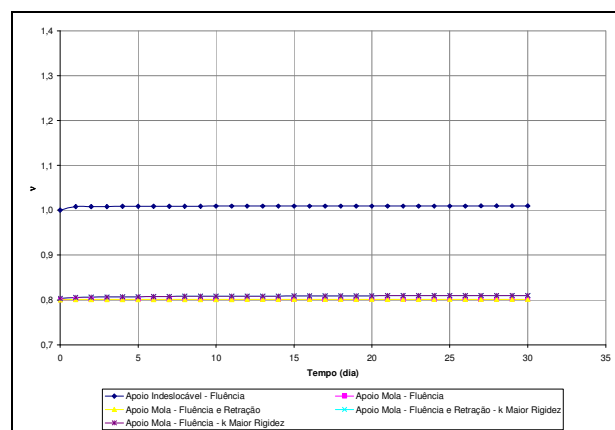


Figura 12. Esforço normal no apoio 1 (periférico) do caso 3 *versus* tempo.

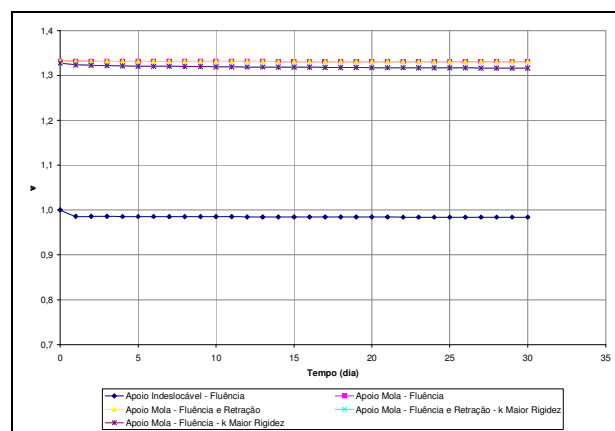


Figura 13. Esforço normal no apoio 2 (central) do caso 3 *versus* tempo.

As figuras 14 e 15 ilustram, respectivamente, os esforços normais dos pilares 1 e 2 do caso 4 (viga de topo e pilares centrais com maior seção transversal) para as cinco situações propostas, sob a forma adimensional indicada na expressão 2. O comportamento da primeira situação – pórtico com apoios indeslocáveis e material do pórtico sujeito à fluência – é exatamente igual ao comportamento da primeira situação dos casos anteriores, isto é, os esforços normalizados são constantes ao longo do tempo e aproximadamente iguais a um.

Para a segunda e terceira situações – pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e pórtico com apoios em mola e material do pórtico sujeito à fluência e retração – nota-se que os efeitos da fluência e retração não foram significativos, pois os esforços normalizados apresentam valores praticamente constantes ao longo do tempo. Estas situações são semelhantes à segunda e terceira do caso 3.

A quarta e a quinta situações, as quais apresentam as rigidezes de mola dez vezes maiores, apresentam resultados semelhantes aos da segunda e terceira situações.

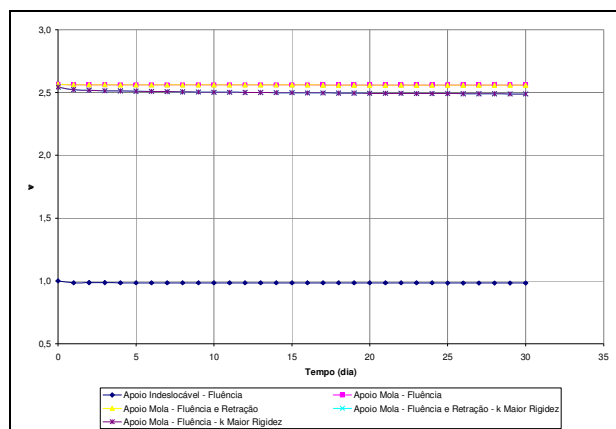


Figura 14. Esforço normal no apoio 1 (periférico) do caso 4 *versus* tempo.

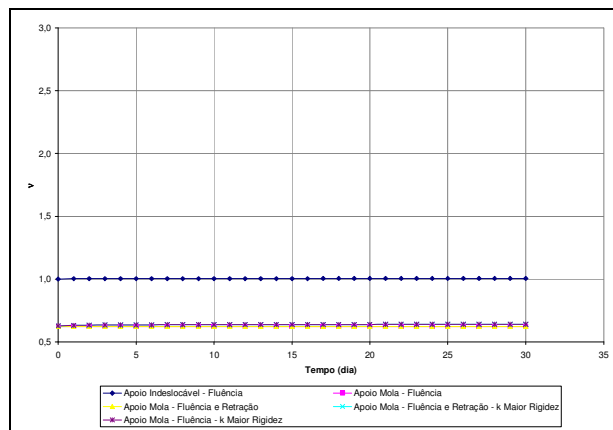


Figura 15. Esforço normal no apoio 2 (central) do caso 4 *versus* tempo.

4 EXPLICAÇÃO PARA O COMPORTAMENTO OBSERVADO A PARTIR DO ENTENDIMENTO DA FLUÊNCIA COMO UMA REDUÇÃO DA ALTURA DA VIGA OU DO MÓDULO DE ELASTICIDADE (SANTA MARIA, 2010)

São apresentados na figura 16 os valores de solicitações viscoelásticas normalizadas em relação às solicitações elásticas *versus* a expressão $\frac{EI}{kl^3}$ para os apoios periférico e central de uma viga com 4 apoios (figura 1).

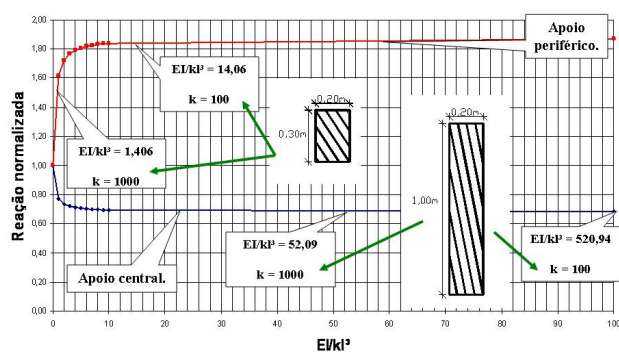


Figura 16. Entendimento da fluência como uma redução da altura da viga.

A partir da figura 16, observa-se que para a viga com uma altura menor (30 cm) e um coeficiente de mola maior ($k = 1000$ kN/m) o efeito da fluência é maior. De fato, o valor da expressão $\frac{EI}{kl^3}$ ($= 1,406$) localiza-se em uma região de grande variação da reação normalizada (ver figuras 3 e 4). Para o valor de

$k = 100 \text{ kN/m}$, o valor de $\frac{EI}{kl^3}$ ($= 14,06$)

encontra-se já em região de variação muito pequena da reação normalizada (ver figuras 3 e 4). Por outro lado, quando a altura da viga é aumentada para 1 m, o valor da expressão $\frac{EI}{kl^3}$

(52,09 e 520,94) localiza-se sempre em uma região de valores praticamente constantes da reação normalizada (ver figuras 5 e 6). Assim, constata-se que quando a altura da viga é aumentada de 30 cm para 1 m, o efeito da fluência diminui muito significativamente.

No caso dos pórticos analisados, as conclusões são semelhantes.

5 CONCLUSÕES

Enumeram-se as seguintes conclusões:

(i) Considerando que o tempo $t = 0$ representa a condição da interação solo-estrutura (decorrente dos deslocamentos dos apoios) sem a consideração do efeito do tempo, o efeito da fluência tem a tendência contrária à da interação solo-estrutura. Realmente, o instante $t = 0$ representa sempre o máximo de afastamento da condição de apoio indeslocável. À medida que a estrutura sofre o efeito da fluência, as solicitações no apoio têm sempre tendência de caminhar no sentido da reação normalizada unitária. Isso é verdadeiro tanto para os casos dos apoios centrais como periféricos. Esta conclusão é, portanto, concordante com a proposta de Bjerrum (1963), o qual cita que o recalque distorcional é influenciado pelo fator tempo. Uma edificação é capaz de resistir, sem danos, a recalques distorcionais maiores ao longo do tempo. Para os pórticos constata-se que o efeito da interação solo-estrutura (representado no tempo $t = 0$) manifestou-se de modo diferente quando os pilares externos tinham maior seção em relação aos casos onde os pilares internos é que possuíam maior seção. De fato, observa-se nas figuras 8 e 12 que as solicitações normalizadas nos pilares periféricos são menores que nos pilares centrais, de modo diferente do que ocorre quando os pilares

centrais têm maior seção, que representa os casos comuns na prática.

(ii) Quando o coeficiente de mola é aumentado, as curvas se aproximam mais das de apoio indeslocável, mostrando coerência dos resultados. O efeito da fluência é mais significativo no caso do coeficiente de mola de maior rigidez.

(iii) Quando a altura da viga é aumentada de 0,30 m para 1 m (análises de vigas e pórticos), praticamente não existe influência da rigidez da mola. Deverá existir se essa mola for mais rígida. O que vale é a rigidez relativa viga/mola.

(iv) Quando a altura da viga é aumentada de 0,30 m para 1 m (análises de vigas e pórticos), o efeito da fluência diminui muito significativamente.

(v) Em todos os casos o efeito da retração foi desprezível.

(vi) Os valores limites das solicitações de apoio situaram-se dentro dos limites teóricos do problema.

REFERÊNCIAS

- Bjerrum, L. (1963) Allowable Settlement of Structures. *Proceeding European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Weisbaden, v. II, pp. 135-137.
- Carneiro, F.L.L.B. (1978) Considerações sobre a Influência da Retração e Fluência do Concreto no Cálculo das Estruturas. Colóquio sobre Retração e Deformação Lenta do Concreto, *IBRACON*, São Paulo, pp. 1-23.
- Comite Euro-International Du Beton (1990) Ceb-Fip Model Code, Design Code, Thomas Telford.
- Santa Maria, P.E.L. (2010) Comunicação Pessoal.
- Santa Maria, P.E.L., Santa Maria, F.C.M. & Santos, A.B. (1999) Análise de Vigas Contínuas com Apoios Viscoelásticos e sua Aplicação a Problemas de Interação Solo-Estrutura. *Solos & Rochas*, v.22, nº 3, pp. 179-194.
- SAP 2000 (2008) CSI Analysis Reference Manual v.11.0. Computers and Structures Inc., California, USA, 415 p.